Ha $a=0$, akkor vagy $x=0$ és y tetszőleges szám, vagy $y=0$ és x tetszőleges. Mindkét esetben csak akkor van megoldása a rendszernek, ha b is 0, és ekkor végtelen sok megoldás van. Hasonlóan $b=0$, $a\neq 0$ esetében sincs határozott megoldás. A továbbiakban feltesszük, hogy a, b egyike sem 0, ekkor sem x, sem y nem lehet 0.

x-et kiküszöbölhetnénk, ha kitevője a két egyenletben egyenlő volna. Ezt viszont elérhetjük, ha egyenleteinket hatványozzuk, hiszen így x kitevője (1) egymás utáni hatványaiban $2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ \ldots$ lenne, (2) hatványaiban $5,\ 10,\ 15,\ \ldots$, és c két sorozatnak *van* közös eleme, a 10.

A (1) egyenletet négyzetre, a (2)-t ötödik hatványra emelve

$$x^{10}y^{34}=a^2$$
$$x^{10}y^{35}=b^5,$$

és az utóbbit az előbbivel elosztva

$$y=\frac{b^5}{a^2} \tag{3}$$

x meghatározása céljára hasonlóan (1)-et a 7., (2)-t a 17. hatványra emelve, majd osztva

$$\frac{a^7}{b^{17}}=\frac{x^{35}y^{119}}{x^{34}y^{119}}=x. \tag{4}$$

Visszahelyettesítve (3)-at és (4)-et (1)-be és (2)-be, látjuk, hogy megkaptuk a megoldást.

Megjegyzések. 1. Matematikai szempontból szebb lett volna x-et úgy számítani, hogy (3)-at (1) és (2) valamelyikébe helyettesítve képezünk x-re egyismeretlenes egyenletet. Ha (2)-be írjuk be:

$$x^2=b\left(\frac{1}{y}\right)^7=\frac{a^{14}}{b^{34}},\qquad x=\pm\frac{a^7}{b^{17}},$$

és az ellenőrző behelyettesítés adja, hogy csak a felső előjel felel meg.

Ha már szóba jöttek előjelek, jó lesz kimondani, hogy (3) és (4) az a és b előjelére való bármilyen korlátozás nélkül érvényes (csak 0 nem lehet egyikük sem). (3) szerint y ugyanolyan előjelű, mint b – ez már a (2)-ből is könnyen látható –, (4) szerint pedig x akkor és csak akkor pozitív, ha a és b egyező előjelűek, viszont negatív, ha ellentétes előjelűek. (Az utóbbi (1)-ből is kimondható: $x>0$, ha a és y egyező jelűek.)

2. Többen rámutattak, hogy ugyanezzel a gondolatmenettel oldható meg az

$$x^cy^d=a,\qquad\qquad x^ey^f=b$$

egyenletrendszer, ahol $a\neq 0$, $b\neq 0$, és $c,\ d,\ e,\ f$ olyan természetes számok, amelyekre $|cf-de|=1$. Ez helyes, de általában való kimondása így mégsem célszerű, inkább mindjárt tetszőleges $cf-de=g\neq 0$ esetére a következő alakban:

$$|x|=\sqrt[g]{\left|\frac{a^f}{b^d}\right|}\qquad |y|=\sqrt[g]{\left|\frac{b^c}{a^e}\right|},$$

és – páros g esetén – az előjelek külön állapítandók meg.

3. Akik már megismerkedtek a logaritmus fogalmával és azonosságaival, azok ennek felhasználásával is megoldhatják az egyenletrendszert. Logaritmálva az (1) és (2) egyenletet, az

$$5\lg x+17\lg y=\lg a$$
$$2\lg x+7\lg y=\lg b$$

egyenletrendszerhez jutunk, ami $\lg x$-re és $\lg y$-ra elsőfokú egyenletrendszer. Most azonban fel kell tennünk, hogy a és b mindegyike pozitív szám, amiből következik, hogy x és y is pozitív.

(Ha a és b közt negatív is van, akkor a és b abszolút értékéből x és y abszolút értékét számíthatjuk ki, előjelüket pedig a fentebbi meggondolással állapíthatjuk meg.)