

A két természetes szám – jelöljük őket a -val és b -vel – mindegyikének reciproka kisebb $1/pq$ -nál, tehát mindegyikük nagyobb pq -nál. Legyen tehát $a = pq + c$, $b = pq + d$, ahol $c, d > 0$, egész számok, és írjuk elő még egyelőre az $a < b$, azaz $c < d$ követelményt is. Mármost

$$\frac{1}{pq + c} + \frac{1}{pq + d} = \frac{1}{pq}$$

-ből a törtek eltávolításával, rendezéssel

$$cd = p^2q^2,$$

és $d = \frac{p^2q^2}{c} > c$ alapján $c < pq$, azaz c a p^2q^2 -nek pq -nál kisebb osztója, d pedig a társosztója. p^2q^2 osztói így rendezhetők:

$$\begin{array}{lll} 1, & p, & p^2, \\ q, & pq, & p^2q, \\ q^2, & pq^2, & p^2q^2. \end{array}$$

Számuk 9, közülük pq -t elhagyva 4 párt adnak c, d , ennélfogva a, b számára.

Tehát $1/pq$ -t 8-féleképpen bonthatjuk 2 különböző természetes szám reciprokának az összegére, ha azokat a felbontásokat is különbözőknek tekintjük, amelyek csak a tagok sorrendjében térnek el egymástól. Ha pedig az ilyen, egymásból a tagok sorrendjének a felcserélésével előállítható felbontásokat nem tekintjük különbözőknek, akkor a lehetséges felbontások száma 4.