a) A téglalap oldalait c-vel és d-vel jelölve az előírás szerint

$$(1) \qquad cd = 4(c+d), \quad \text{amiből} \quad (c-4)(d-4) = 16,$$

eszerint $(c-4)$ és $(d-4)$ egyenlő előjelűek. Nem lehetnek viszont negatívok, különben c, $d \geq 1$, és $(c-4)$, $(d-4) \geq -3$ alapján szorzatuk legföljebb 9 lenne. Eszerint $c-4$ a 16-nak pozitív osztója, és

$$d = 4 + \frac{16}{c-4},$$

tehát

$$\begin{array}{rrrrrr} c-4= & 16, & 8, & 4, & 2, & 1, \\ c= & 20, & 12, & 8, & 6, & 5, \\ d= & 5, & 6, & 8, & 12, & 20. \end{array}$$

Az utolsó két c, d értékpárt d, c sorrendben már megkaptuk, eszerint három lényegesen különböző oldalpár van.

b) Mivel a test két lapja négyzet, azért az egy-egy csúcsban összefutó három él közül kettő egyenlő; jelöljük ezt e-vel, a harmadikat f-fel. Így a követelmény szerint

$$(2) \qquad e^2 f = 4(e^2 + ef + ef) = 4e(e+2f),$$

amiből $e \neq 0$ alapján az előzőkhöz hasonlóan

$$ef = 4e + 8f, \quad (e-8)(f-4) = 32,$$

ahol $(e-8)$ és $(f-4)$ mindegyike pozitív, hiszen különben $e-8 \geq -7$ és $f-4 \geq -3$ alapján szorzatuk legföljebb 21 lehetne. Eszerint $(e-8)$ a 32-nek pozitív osztója,

$$f = 4 + \frac{32}{e-8},$$

lehetséges értékpárok:

$$\begin{array}{rrrrrrr} e-8= & 32, & 16, & 8, & 4, & 2, & 1, \\ e= & 40, & 24, & 16, & 12, & 10, & 9, \\ f= & 5, & 6, & 8, & 12, & 20, & 36. \end{array}$$

Azt kaptuk, hogy 6 különböző él-arányú téglatest és mindegyikhez egy hosszúságegység felel meg, egyik esetben speciálisan kockát kapunk. (A mértékegység lényeges, az e, f élpárokat nem lehet egyszerűsíteni, mert (2) két oldalán különböző dimenziójú mennyiségek állnak – ugyanígy (1) két oldalán is –, csupán a mértékszámok egyenlők.)

Megjegyzés. (1)-et $4cd$-vel, (2)-t $4e^2f$-fel osztva

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{4}, \quad \text{ill.} \quad \frac{2}{e} + \frac{1}{f} = \frac{1}{4}.$$

Ezekből is eljuthatunk a megoldásokhoz, és azt is látjuk, hogy a)-nak minden c, d értékpárjával $e = 2c$, $f = d$ egy megoldása a b) kérdésnek.