Jelöljük c-vel a (2)-ben szereplő hányadosok közös értékét, ekkor

$$x_2 = cx_1, \quad x_3 = c^2x_1, \quad x_4 = c^3x_1,$$

Mivel (1)-ben x csak páros kitevőjű hatványon szerepel, azért az x_1 gyökkel együtt $(-x_1)$ is kielégíti az egyenletet. Emiatt cx_1, c^2x_1, és c^3x_1, valamelyike egyenlő $(-x_1)$-gyel. Mivel $x_1 \neq 0$ – különben a (2)-beli első hányadosnak nem volna értelme –, ezért c-nek valamelyik hatványa (-1), ebből $c = -1$ következik, mert más valós számnak nem hatványa a (-1). Eszerint az egyenlet gyökeire teljesül

$$x_1 = -x_2 = x_3 = -x_4.$$

Így a gyökök négyzetére felírt

$$y^2 + py + q = 0 \tag{3}$$

másodfokú egyenletnek x_1^2 kétszeres gyöke, ami akkor és csakis akkor teljesül, ha (3) diszkriminánsa 0, azaz

$$p^2 = 4q.$$

Ebből $x_1^2 = -p/2$, s mivel x_1 valós szám,

$$-\frac{p}{2} > 0, \qquad \text{azaz} \qquad p < 0$$

következik. E feltételek teljesülése esetén az eredeti egyenlet

$$x^4 + px^2 + \frac{p^2}{4} = 0, \quad \text{azaz} \quad \left(x^2 + \frac{p}{2}\right)^2 = 0$$

alakú. Mivel itt p negatív, azért az egyenlet gyökei a kívánt sorrendben

$$x_1 = \sqrt{-\frac{p}{2}}, \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{p}{2}}, \qquad x_3 = \sqrt{-\frac{p}{2}}, \qquad x_4 = -\sqrt{-\frac{p}{2}},$$

tehát (2) valóban teljesül,

Megjegyzés. A feladat általánosítása: legyen a vizsgált egyenlet

$$x^{2n} + p_1x^{2n-2} + \ldots + p_{n-1}x^2 + p_n = 0,$$

és azt kívánjuk, hogy gyökeire teljesüljön:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2} = \ldots = \frac{x_{2n}}{x_{2n-1}}.$$

Innen a gyökökre

$$x_1, \quad cx_1, \quad c^2x_1, \quad \ldots, \quad c^{2n-1}x_1$$

adódik, ahol $x_1 \neq 0$ és $c \neq 0$. A fentihez hasonlóan belátható, hogy $c = -1$, így pedig az egyenletnek x_1 is, $(-x_1)$ is n-szeres gyöke. Ez azt jelenti, hogy az egyenlet bal oldalán

$$\left(x^2 - x_1^2\right)^n$$

áll, ebből pedig az együtthatók könnyen meghatározhatók.