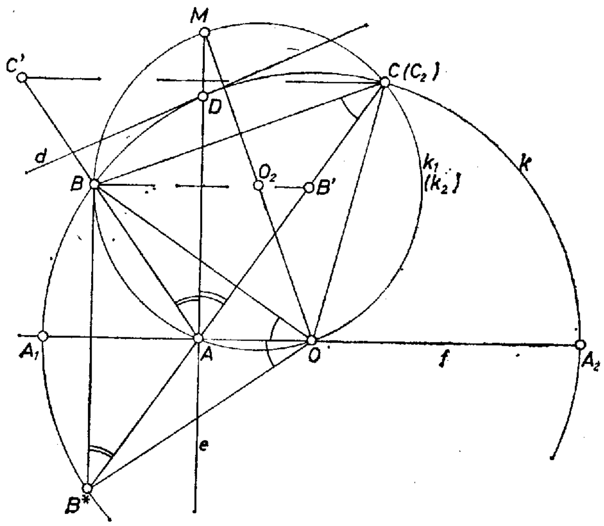
I. megoldás. C-nek e-re való C' tükörképe rajta van az AB félegyenesen. Eszerint B helyett C-ből kiindulva C helyén B-t kapjuk, és a kérdéses kör e két esetben azonosnak adódik. Az e egyenes elválasztja egymástól B-t és C-t, ezért elég B-ként k-ból annak az ívnek a pontjait tekinteni, amelyek e-nek O-t nem tartalmazó partján vannak. Legyen B a mondott ívnek a végpontjaitól és az A_1 felezőpontjától különböző pontja.

Mivel az AB', AB egyenesek egymás képei e-re, ezért egymás képei az A-n át e-re merőlegesen álló f egyenesre is. Ez átmegy O-n, tengelye a k-nak, tehát AB'-nek a k-n levő, C-től különböző B^* pontja a B tükörképe f-re.



Tekintsük most AB-nek C-ből vett látószögét. Ez azonos a BCB^* kerületi szöggel, ezért fele a BOB^* középponti szögnek, így egyenlő az $A_1OB = AOB$ szöggel, AB-nek O-ból vett látószögével, tehát O rajta van az ABC háromszög köré írt k_1 körön. (Felhasználtuk azt is, hogy O ugyanazon a partján van az AB egyenesnek, mint C.)

B szerepére a kiválasztott ív A_1 felezőpontját véve, C-ként a kiegészítő ív A_2 felezőpontja adódik, hiszen A_1A_2 az e-re merőleges átmérő. Ekkor az ABC háromszög köré írt „kör" maga az f egyenes, „végtelen nagy sugarú kör". Ez O-n is átmegy, tehát az állítás „tágabb értelemben" igaz erre a helyzetre is. Célszerűbb azonban így kezdeni ennek kimondását: ha B a mozgása folyamán tetszőlegesen közel jut A_1-hez, akkor az ABC háromszög köré írt kör sugara minden határon túl nő.

Ilyen tágabb értelemben igaz az állítás k-nak e-n levő D metszéspontjára is, a kiválasztott ív végpontjára. Ha B közeledik D-hez, akkor ugyanez áll C-re is és a BC egyenes egyre jobban közeledik k-nak D-beli d érintőjéhez. Továbbmenve, a B-n és C-n átmenő k_1 is érinteni fogja d-t, így k_1 az A, D pontokkal és d-vel egyértelműen meg van határozva.

A-t az O-tól különbözőnek tekintettük, hiszen A-ként O-t véve, az állítás eleve semmitmondó.

Pálfalvi György (Győr, Révai M. Gimn.)

Megjegyzések. 1. Vázolunk egy kissé más megoldást, ugyancsak szögek egyenlősége alapján. B^*B párhuzamos e-vel, ezért az e és AC egyenesek közti CAD hegyesszög egyállású a CB^*B szöggel, az elsőnek mondott szögnek a CAB szög a kétszerese a tükrözés alapján, a másodiknak pedig a COB középponti szög.

Itt azt kaptuk tehát, hogy BC-nek A-ból és O-ból vett látószögei egyenlők.

Szöllős László (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.)

2. Ajánljuk az érdeklődő olvasónak a hasonló kérdés megvizsgálását arra az esetre, ha A a k-ra nézve külső pont.

II. megoldás. Tekintsük az ABO háromszög köré írt k_2 kört. A feladat állítását azzal bizonyítjuk be, hogy C rajta van k_2-n. Jelöljük k_2 középpontját O_2-vel. Az OO_2 egyenes a k, k_2 körök közös centrálisa, ezért B-nek OO_2-re vonatkozó C_2 tükörképe rajta van a k-n is és a k_2-n is. Thalész tétele alapján az e és OO_2 egyenesek M metszéspontja rajta van k_2-n. Mivel a BM, MC_2 ívek egyenlők, azért A-ból egyenlő szögek alatt látszanak. Eszerint AB-t e-re tükrözve az AC_2 egyenest kapjuk, vagyis C_2 azonos C-vel.