

Jelöljük a sorozat n -edik tagját a_n -nel, tehát $a_1 = 1$ és $n = 2, 3, 4, \dots$ esetében

$$(1) \quad a_n = 4 + 4\sqrt{a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}}.$$

Eszerint $a_2 = 4 + 4\sqrt{1} = 8$, $a_3 = 4 + 4\sqrt{1+8} = 16$, $a_4 = 4 + 4\sqrt{1+8+16} = 24$, $a_5 = 32$, $a_6 = 40$. A számítás során az egymás utáni négyzetgyökvonások eredménye 1, 3, 5, 7, 9 volt, vagyis az $n = 2, 3, 4, 5, 6$ sorszámú tag számítása közben az 1-gyel kisebb sorszámú páratlan szám. Bebizonyítjuk, hogy észrevételünk minden indexre helyes.

Tegyük föl, hogy k olyan index, melyre a sorozat első k tagjának s_k összege egyenlő a k -edik páratlan szám négyzetével, azaz

$$s_k = a_1 + a_2 + \dots + a_k = (2k - 1)^2.$$

Ekkor (1) szerint

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= 4 + 4(2k - 1) = 8k, \quad \text{és így} \\ s_{k+1} &= s_k + a_{k+1} = (2k - 1)^2 + 8k = 4k^2 + 4k + 1 = (2k + 1)^2, \end{aligned}$$

tehát a mondott tulajdonság a következő $(k + 1)$ indexre is fennáll. Ezt akartuk bizonyítani.

Ezek szerint a sorozat első 1971 tagjának összege annyi, mint az 1971-edik páratlan szám négyzete:

$$s_{1971} = (2 \cdot 1971 - 1)^2 = 3941^2 = 15\,531\,481.$$

Erdős Péter (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)