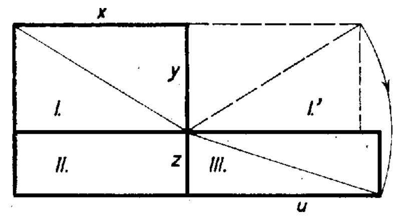
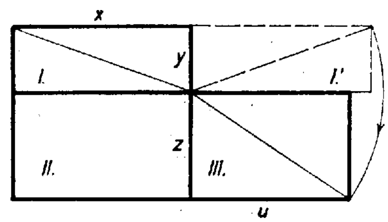
Legyenek a szobák méretei (először mindig a bosszúság) I: x, y, II: x, z, III. u, z, így a rájuk vonatkozó egyenletek:

(1) $$xy = a,$$
(2) $$xz = b,$$
(3) $$uz = c,$$
(4) $$x^2 + y^2 = z^2 + u^2$$

(Az ábrákon a szobáknak és I. tükörképének egymás mellé rendezése önkényes.)



1. ábra



2. ábra

Fejezzük ki x-szel a többi ismeretlent az (1)–(3) egyenletekből (u-t előbb z-vel), és helyettesítsük a kifejezéseket (4)-be:

$$x^2 + \frac{a^2}{x^2} = \frac{b^2}{x^2} + \frac{c^2 x^2}{b^2}$$

Innen (mivel feladatunkban az ismeretlenek pozitívok)

(5) $$x^4\left(1 - \frac{c^2}{b^2}\right) = b^2 - a^2,$$

és ha x^4 szorzója nem 0, azaz $c \neq b$, akkor

$$x^4 = \frac{b^2\left(b^2 - a^2\right)}{b^2 - c^2}.$$

Ennek csak akkor van életszerű (azaz valós, pozitív) megoldása, ha a számlálóbeli és nevezőbeli különbségek egyező jelűek, azaz ha (1., ill. 2. ábra)

(6) $$\text{vagy } b < a \text{ és } b < c$$
(7) $$\text{vagy } b > a \text{ és } b > c,$$

és ekkor a megoldás:

(8) $$x = \sqrt[4]{\frac{b^2\left(b^2 - a^2\right)}{b^2 - c^2}}, \quad y = \frac{a}{x}, \quad z = \frac{b}{x}, \quad u = \frac{cx}{b}.$$

Ha viszont (5)-ben x^4 együtthatója 0, azaz

$$b = c,$$

akkor (5)-nek csak úgy lehet megoldása, ha a jobb oldal is 0, azaz

$$b = a$$

Ebben az esetben (5)-nek és a feladatnak megoldása

$$x = u = t, \quad y = z = \frac{b}{t},$$

ahol t tetszés szerinti pozitív szám. Könnyű látni, hogy ekkor nemcsak egyenlő területű a három szoba, hanem egybevágó is.

Király Júlia (Budapest, Fazekas M. Gyak Gimn., I. o. t.)
Somogyi Antal (Budapest, Móricz Zs. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Életszerű feladatokban téglalap hosszúságán oldalainak hosszabbikát szokás érteni. Ebben az értelemben (8) csak akkor megoldás, ha az I.-ben és a II.-ban $x > y$, z, másrészt a III.-ban $z < u$.

(6) esetében (8) szerint $u > x$ és $z < y$, így elég azt biztosítani, hogy $x \geqq y$ legyen, aminek föltétele

$$c \leqq \frac{b}{a}\sqrt{2a^2 - b^2}$$

(ekkor még inkább áll $c < a$).

(7) esetében pedig hasonlóan $u < x$ és $z > y$ és $u \geqq z$ föltétele:

$$a \leqq \frac{b}{c}\sqrt{2c^2 - b^2}$$

(amikor még inkább áll $a < c$).