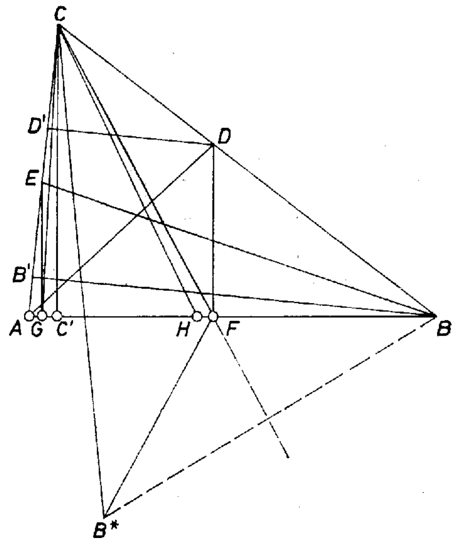
I. megoldás. Az állítást azzal bizonyítjuk, hogy megadjuk az AB oldalszakasznak egy olyan pontját, amelyet az utolsó két hajtás után sem a CAG, sem a CBF háromszög új helyzete nem föd le. Ilyen a háromszög C-ből induló magasságának C' talppontja, ami valóban közte van A-nak és B-nek, mert A-nál is, B-nél is hegyesszöge van a háromszögnek; sőt F-nek és G-nek is közte van C', mert CC' az EG és DF közt halad.



A feladat előírása szerint az AD hajtásvonal felezi a háromszög A-nál levő szögét, tehát a D pont egyenlő távolságra van az AB, AC szögszáraktól. AB-től való távolsága éppen a DF szakasz, az AC-től való pedig DD', ahol D' a D vetülete AC-re. Így CDD' derékszögű háromszög, és

$$CD > D'D = FD,$$

ezért a DCF háromszög szögeire

$$FCD\sphericalangle < CFD\sphericalangle.$$

Ámde az FCD szög azonos az FCB szöggel, a CFD szög pedig egyenlő az FCC' szöggel, mert váltószögek, tehát

$$FCB\sphericalangle < FCC'\sphericalangle.$$

Másrészt a CBF háromszöget CF körül ráhajtva a CFG háromszögre, a CB oldal a CF-re vonatkozó CB^* tükörképébe megy át, így pedig

$$B^*CF\sphericalangle = BCF\sphericalangle < C'CF\sphericalangle,$$

tehát a CB^* félegyenes a $C'CF$ szögtartományban halad, az AB oldalt C' és F között metszi át, a CB^*F háromszög nem födi le C'-t, amint állítottuk.

Bizonyításunkban a B, D, F, D', B^* betű helyére a megfelelő, illetve ugyanúgy értelmezett A, E, G, E', A^* betűt írva, a CAG háromszög új CA^*G helyzete sem fedi le C'-t. Ezzel teljesítettük a bevezetésül kimondott tervünket, a feladat megoldását befejeztük.

Czompó József (Győr, Révay M. Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Azt mutatjuk meg, hogy ha a CB oldalt ráhajtjuk a C-n átmenő, AB-re merőleges CC' egyenesre (ami szintén végezhető a 3. és 4. előírás szerinti hajtással), akkor a hajtásvonalnak AB-n levő H pontja C' és F között adódik. Ez azt fogja bizonyítani, hogy C'-t így lefedve a kelleténél nagyobb részt hajtottunk fel, vagyis közvetve bizonyítja, hogy az előírt hajtogatás esetén C' fedetlen marad.

Felhasználjuk 1., hogy így CH is szögfelező, felezi a $C'CB$ szöget, 2. a háromszög szögfelezőjére vonatkozó osztásarányt, 3. a háromszög kétféle területképletét (BB' a másik magasság) és 4. a párhuzamos szelők tételét:

$$\frac{HC'}{HB} = \frac{CC'}{CB} < \frac{CC'}{B'B} = \frac{2t : AB}{2t : AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DB} = \frac{FC'}{FB}.$$

A sor elején és végén álló arányok

$$\frac{HC'}{HB} < \frac{FC'}{FB}$$

nagyságviszonyából annak alapján kapjuk állításunkat, hogy ha egy X pont C'-től B felé halad, akkor XC' szigorúan monoton nő, XB szigorúan monoton fogy, tehát az $\dfrac{XC'}{XB}$ arány szigorúan monoton nő, nem lehet tehát, hogy F közelebb legyen C'-höz, mint H. – Ezt akartuk megmutatni.

Homonnay Géza (Budapest, Arany J. Ált. Isk. és Gimn., 7. o. t.)

Megjegyzés. A vizsgált alakzat előállításához hasonló feladatokat „papírhajtogatással végzett szerkesztések" gyűjtőnéven szokás összefoglalni. Ezekben íróeszközt legföljebb csak jelölések céljára használunk. – Ha megengedjük egy másik papírlapból párhuzamos élű „vonalzó" előállítását, akkor ezt felhasználva tetszőleges egyenes mentén behajthatjuk az első papírt és bármely elemi szerkesztést elvégezhetünk (sőt bizonyos 3-ad és 4-edfokú feladatokat is megoldhatunk.)[1]

[1] Lásd röviden *Dr. Szőkefalvi Nagy Gyula:* A geometriai szerkesztések elmélete. 2. kiadás. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1968. 110–111.