

A kivonást a szokásos sémában felírva, az utolsó két oszlopban (1) szerint lent nagyobb számjegy áll, mint fönt; itt tehát a kisebbítendő 1 tízesét felváltjuk egyesekre, ill. 1 százast tízesekre, így a különbség egyes, ill. tízes helyi értékű számjegye:

$$(2) \quad \text{egyes : } e = 10 + d - a = 10 - (a - d),$$

$$(3) \quad \text{tízes : } t = 10 + (c - 1) - b = 9 - (b - c).$$

Az első két oszlopban viszont fönt áll nagyobb jegy, ennél fogva a különbség további jegyei:

$$(4) \quad \text{százast : } s = (b - 1) - c = (b - c) - 1,$$

$$(5) \quad \text{ezres : } k = a - d$$

(k mint a „kilométer” kezdő betűje). Látjuk, hogy

$$(6) \quad k + e = 10 \quad \text{és} \quad (7) \quad s + t = 8.$$

Nagyságviszonyokat is megállapíthatunk (1) alapján a különbség utolsó két, valamint első két jegyére:

$$t = 9 - b + c \geq 9 - (a - 1) + (d + 1) = e + 1 > e, \quad k = a - d > a - c > b - c > s.$$

Másrészt k, s, t, e valamilyen sorrendben az eredeti számjegyeket jelentik, így a legutóbbiakból azt kapjuk, hogy a különbségben d , a legkisebbik számjegyünk, vagy e , vagy s helyén áll, az a számjegy pedig vagy k vagy t helyén.

A $d = e$ próbálkozás azonban ellentmondásra vezet: (2) alapján $a = 10$ következik belőle; tehát a legkisebbik jegy csak $d = s$ lehet.

Ezt tudva, az $a = k$, vagyis $a > t$ föltételezéssel is ellentmondásra jutunk: (5) alapján $d = s = 0$, (7)-ből $t = 8$, ezért egyértelműen $a = k = 9$ és (6)-ból $e = 1$ következik belőle; a kapott négy számjegyből a 8-as csak b , az 1-es csak c értéke lehet, így pedig nem teljesül a (4)-ből adódó $b - c = 1$ kapcsolat. Eszerint a legnagyobb jegy csak $a = t$ lehet, és (7)-ből $a \leq 8$, sőt – ha elől álló jegyként nem engedjük meg $d = 0$ -t –, akkor $a \leq 7$.

Ekkor b és c egyike k , másika e , és (6) alapján $b + c = 10$, tehát b és c egyező párosságúak; ezért különbségük is páros: $b - c \geq 2$, így $c \leq 4$ és $b \geq 6$. Ebből pedig $a \geq 7$; és ha elfogadjuk a $d \geq 1$ korlátozást, akkor csak

$$a = 7, \quad d = 1, \quad b = 6, \quad c = 4$$

lehet. Ez megoldása is a feladatnak, a keresett szám 7641.

A $d = 0$ elindulásból $a = 8$, $e = 2 = c$ és $b = 8 = a$ adódnék, tehát más megoldás nincs.