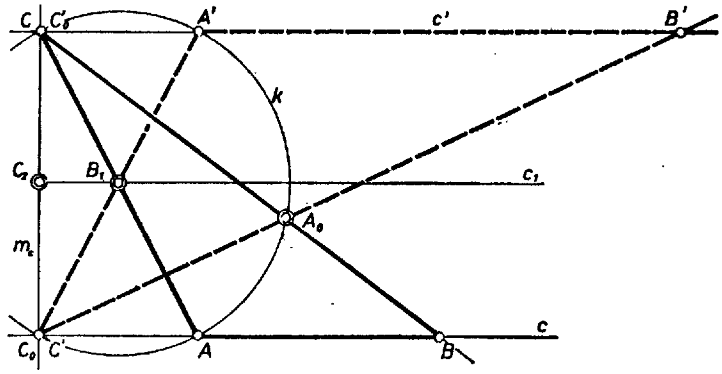
A B_1, C_2 pontok rajta vannak a keresett háromszögnek az AB oldallal párhuzamos c_1 középvonalán, tehát a B_1C_2 egyenesre C_2-ben állított merőleges a háromszögnek a C csúcsból induló m_c magasságegyenese. Ezen lesz rajta C és a magasságnak az AB oldalegyenesen levő C_0 talppontja (1. ábra).



Az A_0 talppont rajta van az AC oldal mint átmérő fölé írt k Thalész-körön, melynek középpontja B_1. Ebből k megrajzolható, rajta lesznek az A, C csúcsok és a már mondott C_0 talppont.

Mármost m_c és k két metszéspontjának egyikét C, másikát C_0 szerepére megválasztva, C-nek B_1-re való tükörképe lesz A, a B csúcsot pedig az AC_0 és CA_0 egyenesek metszéspontja adja meg.

Bebizonyítjuk, hogy az ABC háromszög megfelel a követelményeknek. A tükrözés alapján B_1 felezi AC-t; továbbá Thalész tétele szerint $AA_0 \perp BC$ (és A_0 rajta van BC-n); ugyanezért $AB \perp CC_0$, másrészt B_1C_2 merőleges k-nak CC_0 húrjára, tehát C_2 felezi CC_0-t.

Szerkesztő lépéseink egyértelműek, C és C_0 szerepének megválasztása viszont kétféleképpen lehetséges, így általában 2 megoldása van a feladatnak (az 1. ábrán C, C_0-ból A és B, a fölcserélt C_0' és C'-ből A' és B').

Ha azonban C_2 egybeesik B_1-gyel – ami azt jelenti, hogy a CC_0 magasság azonos a CA oldallal és C_0 azonos A-val, tehát a CAB szögnek $90°$-nak kell lennie –, akkor a c_1 és m_c egyenesek iránya nincs meghatározva, de m_c mindenesetre átmérője k-nak; így C a k-n tetszés szerint választható, a továbbiakban B meghatározásához AC_0 egyenesként az A-ban CA-ra állított merőleges veendő. Ebben az esetben végtelen sok megoldás van; csak A_0 és k-nak vele átellenes A_0^* pontja nem választható C szerepére, mert $C \equiv A_0$ esetén AB is, CB is merőleges lenne AC-re, ill. $C \equiv A_0^*$ esetén A azonos lenne A_0-lal, ami valódi háromszögben lehetetlen.

Az m_c egyenes akkor és csak akkor metszi k-t 2 egymástól különböző pontban, ha $B_1A_0 > B_1C_2$, ez tehát szükséges feltétele a megoldhatóságnak. ($B_1A_0 = B_1C_2$ esetén m_c-nek és k-nak csak egy közös pontja van, ami nem lehetne egyszerre C is, C_0 is.) $B_1A_0 \leqq B_1C_2$ esetén nincs megoldás. Ebből az is következik, hogy az A_0 pont sem B_1-gyel, sem C_2-vel nem eshet egybe. (Előfordulhat az a különlegesség, hogy k és m_c egyik metszéspontja éppen maga az A_0 pont, ilyen esetben persze $A_0C_2B_1\sphericalangle = 90°$. Ez nem teszi érvénytelenné a fent mondottakat, A_0 alkalmas mind a C csúcs, mind a C_0 talppont szerepére; mindkét esetben derékszögű háromszöget kapunk, a derékszög csúcsa C, ill. B.)

Végül a B-t meghatározó AC_0 és CA_0 egyenesek csak akkor nem metszik egymást, ha az A_0CC_0A húrnégyszög téglalap, m_c a k-t az A_0-lal átellenes A_0^* pontjában metszi (ami már az megindulási helyzetben felismerhető, abból hogy az A_0-ból B_1C_2-re bocsátott merőleges átmegy C_2-nek B_1-re vonatkozó tükörképén). Ilyen tulajdonságú A_0, B_1, C_2 adott ponthármas esetében ismét nincs megoldás.

Megjegyezzük végül, hogy az ABC háromszög egybevágó lehet $A'B'C'$-vel, ha A_0 rajta van a B_1C_2 egyenesen, ekkor egymás tükörképei B_1C_2-re. Azonban ekkor is külön megoldásnak számít mindegyik, mert ha helyzetadatokból indulunk ki, akkor két *különböző helyzetű* megoldás *különbözőnek* tekintendő.