

A „JOLLY” és „HOLLY” számok – mint ötjegyűek – kisebbek, mint  $10^5$ , hasonlóan „JUNE”  $< 10^4$  és „JON”  $< 10^3$ , így  $s = JOLYON$  összegük kisebb, mint 211 000, tehát  $s$ -nek  $J$  számjegye 1 vagy 2.

Ezt tudva, finomítjuk becslésünket:

$$s < 3000 + 30\,000 + 100\,000 + 300 = 133\,300,$$

ezért  $J = 1$ , hiszen szám elején ebben az esetben nem állhat zérus, másrészt az  $O$  betű helyére nem kerülhet a 3-asnál nagyobb számjegy. Ennek alapján

$$s < 2000 + 14\,000 + 94\,000 + 140 = 110\,140 < 120\,000,$$

tehát  $s$ -nek  $10^4$  értékű jegyére  $O < 2$ . Így  $O \neq J$  alapján  $O = 0$ , továbbá  $H = 9$ , hiszen  $H = 8$  mellett

$$s < 2000 + 11\,000 + 81\,000 + 110 = 93\,110$$

volna, holott az eddigiek szerint  $s > 102\,000$ , mivel már  $L \geq 2$ . Így  $U, L < 9$ , és

$$s < 1900 + 10\,900 + 90\,900 + 110 = 103\,810,$$

tehát  $s$ -nek  $10^3$  értékű jegyére  $2 \leq L \leq 3$ , és  $e$  felső korlát alapján ismételve

$$s < 1900 + 10\,400 + 90\,400 + 110 = 102\,810.$$

Innen  $L = 2$  és

$$s < 1900 + 10\,230 + 90\,230 + 110 = 102\,470$$

alapján  $s$ -nek  $10^2$  értékű számjegyre  $3 \leq Y \leq 4$ .

Belátjuk, hogy az eddigiek alapján az utolsó oszlopból a tízes oszlopba átvitt „maradék” csak 1 lehet. Ugyanis egyrészt ez a maradék –  $N$ -et elhagyva az összegből is és a tagok közül is – kerek tízes és  $E + 2Y \geq 10$ . Másrészt  $3 \leq E \leq 8$  és  $Y \leq 4$ , így  $E + 2Y \leq 16$ . Tehát  $E + 2Y = 10$ , ebből pedig  $Y = 3, E = 4$ , ugyanis az  $Y = 4$  föltevés  $E = L$ -re vezet.

A tízes értékű oszlopban hasonlóan  $1 + N + 2 + 2$  csak 1 maradékot adhat, ebből  $N = 5$ , végül a százás értékű oszlopból  $1 + U + 2 + 2 + 1 = 10 + Y$ -ből  $U = 7$ , és az újabb átvittel az ezres oszlop is helyes. Mindezek eredményeként az adott séma kitöltése egyértelműen:

$$1754 + 10223 + 90223 + 105 = 102305$$

*Megjegyzések.* 1. Kevesebb jeggyel végezhetjük becslésünket, ha jobbról 4 oszlopot egy vonallal levágunk. Ekkor ( $O$  helyére félreértések elkerülése érdekében  $Q$ -t írva)  $QLLY$  és  $JUNE$  kisebbek  $10^4$ -nél, sőt egyikük  $9 \cdot 10^3$ -nél is, továbbá  $JQN < 10^3$  ezért a vonaltól jobbra eső számok összege kisebb, mint  $3 \cdot 10^4$ , tehát a 4. oszloptól az 5-be átvitt  $m_4$  tízezres maradék legfölből 2. Így a vonaltól balra

$$\overline{JQ} \leq J + H + 2 \leq 9 + 8 + 2 = 17,$$

tehát  $J = 1$ , ennek alapján  $\overline{JQ} \leq 1 + 9 + 2 = 12, Q \leq 2$ .

Így viszont a vonaltól jobbra az összeg kisebb, mint  $(2 + 3 + 3 + 1)$  ezer, tehát  $m_4 = 0$ , ezért  $J + H \leq 1 + 9 = 10$ ; másrészt  $\overline{JQ} \geq 10$ , tehát  $Q = 0$ . Stb.

2. A  $J < 2$  eredmény alapján egyértelműen  $J = 1$ -et vettünk, erre épültek a továbbiak. Érkeztek megoldások  $J = 0$  kiindulással is:

$$0976 + 05\,112 + 45\,112 + 057 = 051\,257,$$

$$0124 + 06\,338 + 56\,338 + 062 = 063\,862.$$

Ennek megengedése azonban kérdéseket vet föl: Mi a jelentése a számok elejére írt zérusnak? Miért nincs zérus a *HOLLY* összeadandó elején is? És ha volna, miért nem *JJJ JON* a negyedik összeadandó? Stb.