

Legyen  $N = ABCDE = k \cdot 271$ , ahol  $k$  természetes szám. Leszámazottját,  $N'$ -t úgy is képezhetjük, hogy  $N$ -et 10-zel szorozzuk, hozzáadunk  $A$ -t (vagyis a hozzáírt zérust  $A$ -ra változtatjuk), végül elvesszük  $A$ -nak  $100\,000 = 10^5$ -szeresét:

$$N' = 10N + A - 10^5 A = 10N - (10^5 - 1)A.$$

Ámde  $10^5 - 1 = 99\,999 = 271 \cdot 369$ , így pedig

$$N' = 271(10k - 369A),$$

vagyis szintén osztható 271-gyel. Ezt kellett bizonyítanunk.

Az állítás 5-nél több jegyű (tízes számrendszerbeli) számra is érvényes úgy, hogy  $A$ -nak azt a többjegyű számot tekintjük, amely utolsó négy jegyének elhagyásával áll elő belőle.

A feladat állításából következik, hogy ha  $ABCDE$  osztható 271-gyel, akkor a  $BCDEA$ ,  $CDEAB$ ,  $DEABC$ , és  $EABCD$  számok is oszthatók 271-gyel. Ezekben elől zérusok is előfordulhatnak, ilyen esetben csak kiegészítéssel mondhatók ötjegyűnek (ahogyan a sorszámológép is a  $100\,000$  alatti egész számok mindegyikét 5 jeggel nyomtatja, ha 5 jegyűre van beállítva).

*Megjegyzések.* **1.** Igaz az állítás akkor is, ha  $271$  helyére  $99\,999 = 271 \cdot 3^2 \cdot 41$ -nek más osztóját írjuk. Ez a 9-es osztóra nem mond újat, hiszen az eredeti és a leszámaztatott szám számjegyeinek összege ugyanaz.

**2.** Más alapszámú számrendszerekben felírt ötjegyű számra úgy érvényes a feladat állítása, ha  $271$  helyére a  $b^5 - 1$  szám valamely osztóját írjuk ( $b$  a számrendszer alapszáma, bázisa). Például a 9-es számrendszer esetében  $9^5 - 1 = 2^3 \cdot 11^2 \cdot 61$  (a tényezőket még a tízes rendszerben írtuk).