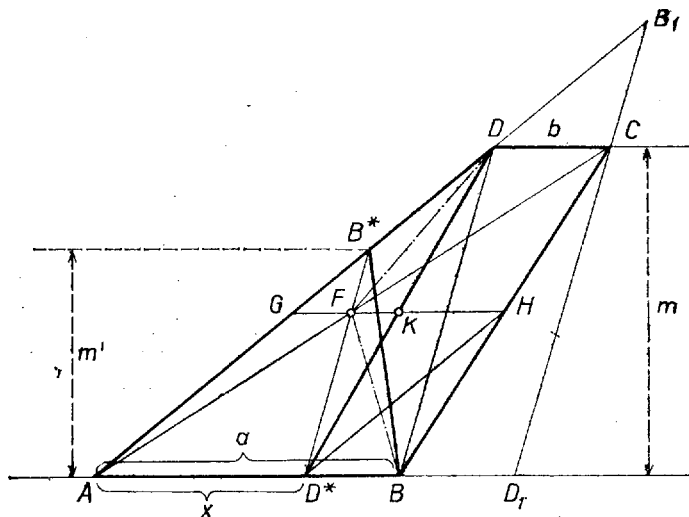


Legyen az adott $ABCD = T$ trapézben $AB \parallel CD$ és $AB > CD$. (Az $AB = CD$ esetet mellőzhetjük, mert akkor nyilvánvalóan az AC , BD átlók adják a keresett területfelezőket.) Így az ABD háromszög területe nagyobb, mint T területének a fele, ezért a keresett szelők közül a B -ből indulónak B^* végpontja az AD száron lesz, a DD^* szelő D^* végpontja pedig az AB alapon.



E két végpontot egy csapásra kimetszi az AC átló F felezőpontján átmenő és a BD átlóval párhuzamos egyenes. Ugyanis az FB szelő felezi az ACB háromszög, FD pedig az ACD háromszög területét, vagyis a BFD töröttvonal a T -t két egyenlő területű részre osztja. F az ABD háromszög belsejében van, mert a két átló metszéspontja közelebb van CD -hez, mint AB -hez, vagyis az FC szakaszon van. Ezért az ABD háromszög területe a BDF háromszög területével nagyobb, mint T területének fele. Másrészt szerkesztésünk folytán mind a BDB^* , mind a BDD^* háromszög területe egyenlő a mondott többlettel (közös a BD alap és a rá merőleges magasság), tehát ezeket az ABD háromszög területéből rendre elvéve, a maradék ABB^* , illetve AD^*D háromszög területe fele a T területének.

Az A -ból és C -ből induló AA^* , ill. CC^* területfelező szelőt ugyanez az eljárás adja, ha benne minden egyes A , B , C , D betű helyére rendre a B , A , D , C betűt írjuk.

Kovács Edit (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Vázoljuk a megoldás két, a fentitől nem lényegesen különböző változatát. Első lépésül T -vel egyenlő területű háromszöget szerkesztünk. Messe a BD -vel párhuzamos, a C -n átmenő egyenes AB -t D_1 -ben, AD -t B_1 -ben. Mind a BDD_1 háromszög, mint a BDB_1 háromszög területe egyenlő a BDC háromszög területével, tehát az AD_1D háromszög és az ABB_1 háromszög területe egyaránt annyi, mint T területe. Így a keresett D^* pont az AD_1 szakasz, B^* pedig az AB_1 szakasz felezőpontja. Ezek az AB , ill. AD szakasz belsejében vannak, mert a BD_1 meghosszabbítás kisebb, mint maga a megtoldott oldal: $BD_1 = DC < AB$, illetve.

$$DB_1 = \frac{DC}{AB} \cdot AD < AD.$$

Itt – a fentivel szemben – eggyel több szakaszfelezést végeztünk; vagy ha AD_1 megfelezése után B^* -ot a D^* -on átmenő és a D_1B_1 -gyel, azaz BD -vel párhuzamos egyenessel metszük ki AD -ből, akkor párhuzamos rajzolást végzünk eggyel többször, mint a fenti megoldásban.

D^* megszerkesztésére abból is kiindulhatunk, hogy a $D^*BCD = T_1$ trapéz területe fele akkora, mint T -é, magasságuk viszont egyenlő, ennélfogva T_1 -nek a középvonala fele akkora, mint T -é. S mivel BC szárúközös, ezért T_1 -nek DD^* szára átmegy a GH középvonal K felezőpontján.

Kihaszználhatjuk ezt úgy is, hogy DGD^*H paralelogramma, tehát D^* -ot a H -n át AD -vel párhuzamosan húzott egyenes metszi ki.

2. Ugyanezekhez az eredményekhez számítással is eljuthatunk. Az ábra jelöléseivel egyrészt

$$t_{AD^*D} : t_{ABCD} = 1 : 2 \text{ből} \quad \frac{xm}{2} = \frac{a+b}{4}m, \quad x = \frac{a+b}{2}.$$

másrészt

$$t_{ABB^*} : t_{ABCD} = 1 : 2 \text{ből} \quad \frac{am'}{2} = \frac{a+b}{4}m,$$

$$m' : m = \frac{a+b}{2} : a, \quad \text{azaz} \quad AB^* : AD = AD^* : AB.$$