Megoldás. A beiktatásokkal kapott A_n szám két szám összegére bontható:

$$\begin{aligned} A_n &= \underbrace{9\,9\,\ldots\,9}_{n \text{ db}}\,7\,\underbrace{0\,0\,\ldots\,0}_{n \text{ db}}\,2\,\underbrace{9\,9\,\ldots\,9}_{n \text{ db}}\,9 = \\ &= \underbrace{9\,9\,\ldots\,9}_{n \text{ db}}\,7\,\underbrace{0\,0\,\ldots\,0}_{(2n+2) \text{ db}} + 2\,\underbrace{9\,9\,\ldots\,9}_{(n+1) \text{ db}}, \end{aligned}$$

vagyis $A_n = B_n \cdot 10^{2n+2} + C_n$, ahol

$$B_n = \underbrace{9\,9\,\ldots\,9}_{n \text{ db}}\,7 \qquad \text{és} \qquad C_n = 2\,\underbrace{9\,9\,\ldots\,9}_{(n+1) \text{ db}}.$$

A B_n, C_n számokat célszerű két-két szám különbségeként előállítani:

$$\begin{aligned} B_n &= 1\,\underbrace{0\,0\,\ldots\,0}_{n+1 \text{ db}} - 3 = 10^{n+1} - 3, \\ C_n &= 3\,\underbrace{0\,0\,\ldots\,0}_{(n+1) \text{ db}} - 1 = 3 \cdot 10^{n+1} - 1. \end{aligned}$$

Ezek szerint

$$\begin{aligned} A_n &= (10^{n+1} - 3) \cdot 10^{2n+2} + 3 \cdot 10^{n+1} - 1 = \\ &= 10^{3n+3} - 3 \cdot 10^{2n+2} + 3 \cdot 10^{n+1} - 1 = (10^{n+1} - 1)^3, \end{aligned}$$

ami valóban egy egész szám (mégpedig az $(n+1)$ db 9-essel felírt szám) köbe.