

Legyen a hányados egész része  $k$ , azaz

$$\frac{EDE}{VIV} = k, \quad GY\check{O}Z \ GY\check{O}Z \ G\dots$$

továbbá a  $k$  megállapítása utáni maradék  $r$  (nem a jegyekkel megadva) vagyis

$$EDE - k \cdot VIV = r \quad (0 < r < VIV).$$

Az a követelmény, hogy a tizedes vessző utáni  $G$  jegy, valamint a rá következő  $Y$ ,  $\check{O}$ ,  $Z$  az ötödik és további jegyekben megismétlődjenek, akkor és csak akkor teljesül, ha a negyedik (a  $Z$ ) tizedesjeggyel végzett mellékszámítás után a maradék ismét  $r$ . A négy db 0 jegy „levétele” összefoglalva azt jelenti, hogy  $10000 \cdot r$ -et a  $VIV$  számmal osztva hányadosul a  $GY\check{O}Z$  számot és maradékul ismét  $r$ -et kapjuk:

$$(2) \quad 10000r = VIV \cdot GY\check{O}Z + r, \quad \frac{r}{VIV} = \frac{GY\check{O}Z}{9999}. \quad \text{Eszerint}$$

$$\frac{EDE}{VIV} - k = \frac{EDE - k \cdot VIV}{VIV} = \frac{r}{VIV} = \frac{GY\check{O}Z}{3^2 \cdot 11 \cdot 101}.$$

Az utolsó tört az előtte álló törtnek bővített alakja, tehát a háromjegyű  $VIV$  szám osztója 9999-nek. 9999-nek a 101-es tényezőt nem tartalmazó legnagyobbik osztója  $3^2 \cdot 11 = 99$ , csak kétjegyű, azért  $VIV$ , ami háromjegyű, osztható a 101-gyel. Tehát  $VIV$  a 101, 303 és 909 valamelyike, mindegyikük  $VIV$  alakú, így az  $I$  betű helyére mindenesetre a 0 számjegy lép,  $V$  értéke pedig 9, 1 vagy 3. E három lehetőséget ebben a sorrendben külön-külön tekintjük, de mindjárt együtt kimondjuk, hogy így (2)-ben a bővítő tényező rendre 11, 99 ill. 33.

a)  $V = 9$  esetén  $E < V$  (hiszen  $E \neq V$ ), így  $k = 0$ ,  $r = EDE$ , viszont a  $11r = 11 \cdot EDE = GY\check{O}Z$  egyenlőség lehetetlen, mert a bal oldal utolsó jegye  $E$ , a jobb oldalé pedig  $Z$ .

b) Hasonlóan két betű egyenlőségére vezet a  $V = 1$  értékkel való próbálkozás is. Ekkor ugyanis egyrészt  $99r = GY\check{O}Z$ , másrészt (1)-ből  $101(E - k) + 10D = r$  és  $r < VIV = 101$  alapján  $E - k = 0$ , tehát  $r = 10D$ . Ezeket egybevetve  $990D = GY\check{O}Z$ , és  $Z = 0 = I$ , amint mondtunk. Ezek szerint csak  $VIV = 303$  föl vételével várható megoldás.

c)  $V = 3$  esetén föl fogjuk használni, hogy  $r$ -nek százaz és egyes helyi értékű jegye egyenlő (ide értve azt is, ha  $r$  csak kétjegyű, és a mondott két számjegye zérus). Ez  $k = 0$ , azaz  $E < V$  esetén maga  $E$ , ha pedig  $k > 0$ , akkor (1) bal oldalán a százaz helyi értékbeli számjegyek alapján  $E \geq 3k$ , s mivel ugyanezek állnak az egyes értékű helyeken is, azért az (1) kivonás valóban maradékátvitel nélkül végezhető el:  $r = E^*DE^*$ , ahol  $E^* = E - 3k$ .

Ez az  $r$  a  $k > 0$  esetekben is relatív prím a  $VIV = 303$  nevezőhöz képest, különben ugyanis 1-nél nagyobb közös osztójukkal  $EDE$  is osztható volna. Másrészt  $r < VIV$  alapján  $E^* < 3$ . Nem lehet azonban sem  $E^* = 0$ , sem  $E^* = 1$ , mert a  $Z = 0 = I$ , ill.  $Z = 3 = V$  egyenlőségre vezetnek, tehát csak az  $E^* = 2$  értékről lehet szó.

Ekkor  $2\overline{D}2 \cdot 33 = GY\check{O}Z$ -ből  $Z = 6$  és  $D$  az 1, 4, 5, 7, 8, 9 számjegyek valamelyike. Mármost  $D = 5$  és 8 esetén  $r$  nem relatív prím 303-hoz képest,  $D = 1$  és 9 esetén a  $33r$  szorzatnak nem mindegyik számjegye különböző,  $D = 7$  esetén  $\check{O}$  is 7-nek adódik. A maradék  $D = 4$  érték pedig megfelel:

$$242 : 303 = 0,7986 \ 7986 \ 7\dots,$$

hiszen a hányados egész részét nem korlátozza a számjegyek különbözőségének követelménye.

Megfelel a  $k = 1$  hozzáadásával adódó  $EDE = 545$  érték is:  $545 : 303 = 1,7986 \ 7986 \ 7\dots$ , viszont  $k = 2$  hozzáadásával  $E = 8 = \check{O}$ , foglalt számjegy.