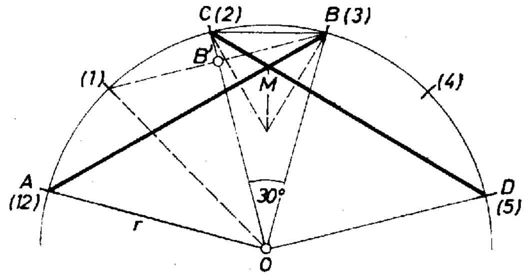
Legyen a két megrajzolt húr AB és CD, metszéspontjuk M, a kör középpontja O, sugara r.



1. ábra

Az AOB és COD körcikkek negyedkörök, így a keletkezett (O-t nem tartalmazó) körszeletek területe (1. ábra):

$$\frac{\pi}{4}r^2-\frac{1}{2}r^2=\frac{\pi-2}{4}r^2 \qquad (=0{,}2854r^2).$$

A két szelet közös, BCM részét a BC húrral egy szeletre és egy háromszögre osztjuk. A szelet az OBC háromszög területével kisebb, mint az OBC körcikk területe. Az OBC háromszög OC szára r, a rá merőleges BB' magassága $r/2$, hiszen az OBB' háromszög fele egy szabályos háromszögnek (harmadik csúcsa az óraszámlap 1-es osztáspontja), a körcikk pedig 12-ed része a körnek, így a BC szelet területe:

$$\frac{\pi}{12}r^2-\frac{1}{4}r^2=\frac{\pi-3}{12}r^2=(0{,}0118r^2).$$

A BCM háromszög B-nél és C-nél levő szöge 30°, mert száraik közt a körvonal $\widehat{AC}=\widehat{BD}$ hatodrészét látjuk. Ezért az M-nél levő szöge 120°, tehát a háromszöget M körül kétszer egymás után 120°-kal elfordítva, BC oldalú szabályos háromszöget kapunk. Ebben

$$BC^2=BB'^2+CB'^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+\left(r-\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2=(2-\sqrt{3})r^2,$$

így a BCM háromszög, majd a felosztás BMC határvonalú részének területe

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2=\frac{2\sqrt{3}-3}{12}r^2, \qquad t_1=\frac{\pi+2\sqrt{3}-6}{12}r^2(=0{,}0505r^2).$$

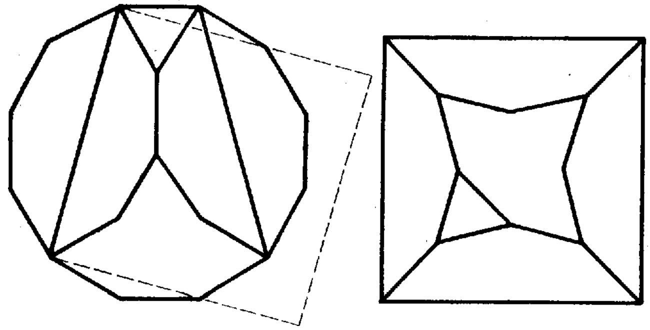
Ennek alapján a felosztás AMC és BMD határvonalú része egyenként

$$t_2=\frac{\pi-2}{4}r^2-\frac{\pi+2\sqrt{3}-6}{12}r^2=\frac{\pi-\sqrt{3}}{6}r^2(=0{,}2349r^2),$$

végül a DMA rész mint maradék

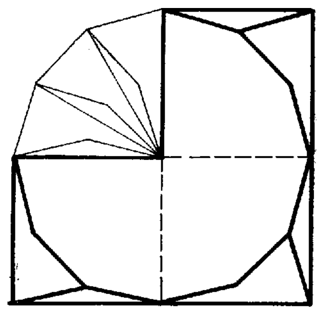
$$t_3=\frac{7\pi+2\sqrt{3}-6}{12}r^2(=2{,}6213r^2).$$

Megjegyzés. Az OBC háromszög területéből adódik az a jól ismert eredmény, hogy az r sugarú körbe írt szabályos 12-szög területe $3r^2$, vagyis egyenlő egy $\sqrt{3}r$ oldalú négyzet területével. Ezt annak kapcsán említjük meg, hogy nemrég láttuk ennek szép átdarabolásos bizonyítását a 2. ábra szerint a Zágrábban megjelenő Matematičko-Fizički List 1972. őszi számában (23. kötet 1. szám).



2. ábra

Az OBC háromszög felosztása emlékeztet az átdarabolás Kürschák-féle megoldására is (3. ábra).



3. ábra

Egy további megoldás látható *Rátz László* Matematikai Gyakorlókönyvének II. részében (Franklin Társulat kiadása, Budapest, 1905), melynek átdolgozott kiadása: *Tolnai Jenő*: Érdekes matematikai gyakorló feladatok II. (Tankönyvkiadó, Budapest, 1971), 51. feladat a 72. oldalon.