Legyen a keresett négyzetszám számjegyekkel kiírva $N^2 = ABCDE$, ahol $A > 0$ és $A + B + C + E = 2D$, tehát $D > 0$. Ezek szerint egyrészt $100 < N < 317$, másrészt mind az öt számjegy összege $3D$, így N^2 osztható 3-mal. Ekkor maga az N alap is osztható 3-mal és N^2 osztható $3^2 = 9$-cel. Ugyanis négyzetszám törzstényezős alakjában ugyanazok a prímszámok fordulnak elő, mint alapjának felbontásában, éspedig rendre 2-szer akkora kitevővel. Továbbmenve N^2-tel együtt számjegyeinek $3D$ összege is osztható 9-cel, és ezért maga D is osztható 3-mal. Így pedig D a 3, 6 és 9 számjegyek valamelyikével egyenlő.

D szóba jövő értékei mindegyikéhez könnyen megkereshetjük E-nek vele együtt szóba jövő értékeit, annak alapján, hogy minden négyzetszám kétjegyű végződése – mint esetünkben a DE kétjegyű szám – egyenlő a 0^2, 1^2, 2^2, $\ldots$, 25^2 számok kétjegyű végződésének valamelyikével.

Valóban, ha n a $0,\ 1,\ \ldots,\ 25$ alapok bármelyikét jelöli, akkor $(50k \pm n)^2$ végződése (ahol k egész szám) ugyanaz, mint n^2 végződése, mert különbségük

$$(50k \pm n)^2 - n^2 = 100(25k^2 \pm kn),$$

osztható 100-zal, és az $(50k \pm n)$ alak minden egész számot magában foglal.

Mármost a $0^2,\ 1^2,\ \ldots,\ 25^2$ kétjegyű végződései közül $D = 3$-hoz egyedül $DE = 36$ tartozik hozzá. $D = 6$-hoz $DE = 61$, 64 és 69, végül $D = 9$-hez $DE = 96$.

Nem lehet azonban $DE = 36$, mert így $E = 6 = 2D$ és ez $A = B = C = 0$-ra vezet.

$D = 6$-ra áttérve tekintsük először a $DE = 69$ végződés esetét. Így a 0 és 25 közti alapok közül csak a 13 négyzete végződik, továbbá a fentiek szerint minden 37, 63 és 87 végződésű alap négyzete. Ezek közül csak a 3-mal osztható – vagyis 3-mal osztható számjegyösszegű – és a 100 és 317 közti alapokat kell tovább vizsgálnunk. A 13-as végződést a százas értékű helyen csak a 2 egészítheti ki 3-mal osztható számmá, a 37-est szintén csak a 2, viszont a 63 és 87 elé – amelyek maguk is 3-mal osztható számok – nem írhatunk itt megfelelő számjegyet.

A talált 213 és 237 esetében N^2 kezdő jegye $A \geq 4$, így pedig $A + B + C + E \geq\ \geq 13 + B + C > 2D = 12$, ezek tehát nem felelnek meg.

Hasonlóan $DE = 61$-et választva, N végződése csak a 19, 31, 69 és 81 számok valamelyike lehet és ismét csak az első kettő egészíthető ki a százas jeggyel föltételeinknek megfelelő számmá: 219-re, ill. 231-re. Az elsővel $219^2 = 47\,961$, nem felel meg, a második viszont megfelelő: $231^2 = 53\,361$.

Ha pedig $DE = 64$-et próbálunk, N-nek 08, 58, 42 és 92 végződési lehetőségei alapján 108^2, 258^2 és 192^2 vizsgálandó meg, közülük csak az első felel meg követelményünknek.

Végül $D = 9$, $DE = 96$ esetén N kétjegyű végződése 14, 36, 64 vagy 86, maga N 114 vagy 264, vagy 186, és az első és utolsó meg is felel.

Mindezek szerint az előírt tulajdonsága a következő négy négyzetszámnak van még: $11\,664 = 108^2$, $12\,996 = 114^2$, $34\,596 = 186^2$, $53\,361 = 231^2$.

Megjegyzések. 1. Az utolsó lépésben mellőzött $264^2 = 69\ 696$ érdekessége a szimmetria, és hogy benne $A + B + C + E = 3D$.

2. A kétjegyű négyzetvégződésekre tett megállapításunk így is kimondható: ha két egész számot a számvonalon olyan pontpár ábrázol, melyek egymás tükörképei a számvonal valamely $25k$ alakú számot ábrázoló pontjára nézve, akkor a két szám négyzetének kétjegyű végződése megegyező.

Hasonlóan már az $(5k \pm n)^2$ négyzetszámok egyjegyű végződése megegyező.