Törtünk így alakítható:

$$\frac{n^2+2}{n^2+n}=\frac{n^2+n-n+2}{n^2+n}=1-\frac{n-2}{n(n+1)},$$

tehát akkor és csak akkor nem egyszerűsíthető, ha az utolsó alak második törtje – jelöljük t-vel – nem egyszerűsíthető.

t csak az $(n-2)$ számnak valódi (azaz 1-nél nagyobb) olyan osztójával egyszerűsíthető, amely egyszersmind vagy külön az n-nek, vagy pedig külön az $(n+1)$-nek is osztója, ugyanis olyan osztója nem lehet $(n-2)$-nek, amely n-nek is és $(n+1)$-nek is osztója volna, hiszen az utóbbiaknak, két szomszédos természetes számnak, nincs valódi közös osztója.

Mármost n és $(n-2)$ valódi közös osztói egyszersmind különbségüknek, 2-nek is osztói, vagyis $\frac{n-2}{n}$ egyszerűsítése akkor és csak akkor nem lehetséges, ha n nem osztható 2-vel, az $n:2$ osztás maradéka 1.

Hasonlóan $(n+1)$ és $(n-2)$ valódi közös osztója csak 3 lehet – különbségüknek, 3-nak egyetlen valódi közös osztója –, tehát $\frac{n-2}{n+1}$ akkor és csak akkor nem egyszerűsíthető, ha $n+1$ nem osztható 3-mal. Más szóval: ha az $(n+1):3$ osztás maradéka 1 vagy 2, vagyis ha az $n:3$ osztás maradéka 0 vagy 1.

A két feltétel egybefoglalható, ha n-nek 2-vel és a 3-mal való osztási maradéka helyett a $2\cdot 3=6$-tal való osztási maradékát tekintjük. Ebből a szempontból minden egész szám a következő 6 alak valamelyikébe tartozik: $6k$, $(6k+1)$, $(6k+2)$, $(6k+3)$, $(6k+4)$, $(6k+5)$, ahol k egész szám. Az első föltételnek csak a 2., 4. és 6. alak felel meg, a másodiknak az 1., 2., 4. és 5. alak, tehát mindkettőnek csak a 2. és 4. alak. Mindezek szerint a vizsgált tört az $n=6k+1$ és az $n=6k+3$ alakú természetes számok esetében nem egyszerűsíthető, minden egyéb esetben egyszerűsíthető.

Gáll Márton (Budapest, Arany J. Gimn. és Ált. Isk., 8. o. t.)