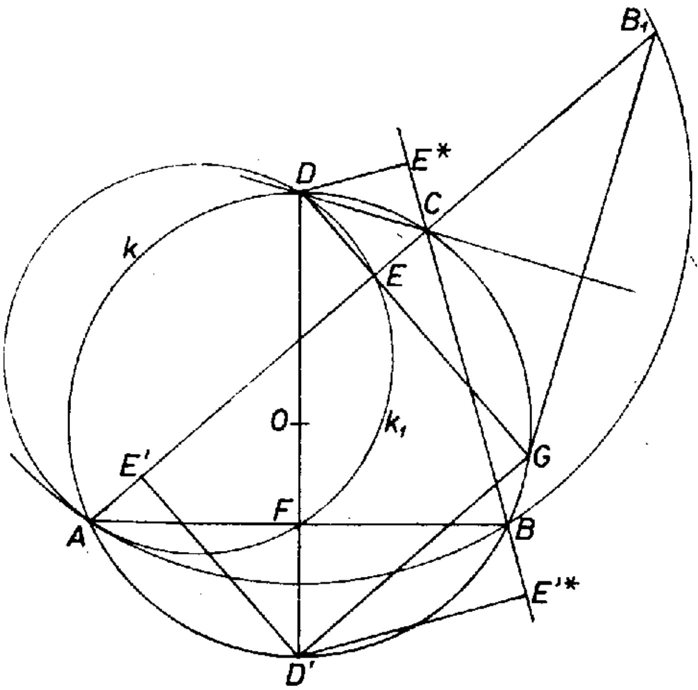
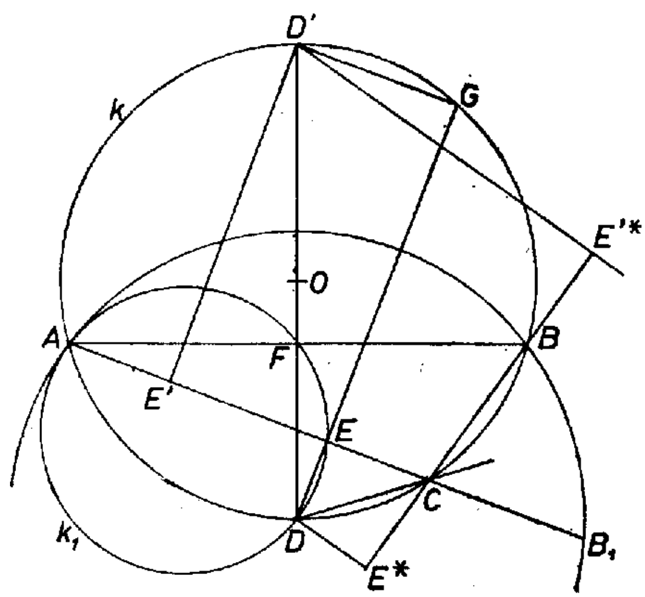
I. megoldás. *a)* Az E vetület a körülírt k kör AD húrja mint átmérő fölötti k_1 Thalész-körön keletkezik, jobban körülhatárolva, k_1-nek a rövidebbik DF ívén, ahol F az AB oldal felezőpontja. Ez az ív k belsejében van, hiszen k és k_1 metszéspontjai D és A, ezért E az AC húrnak belső pontja.

CD' felezi az ACB szöget, ezért a rá merőleges CD egyenes felezi a háromszög C-nél levő külső szögeit, így a CA, CB egyenesek egymás tükörképei CD-re mint tengelyre. Ezért B-nek ebben a tükrözésben keletkezett B_1 képe AC-nek C-n túli meghosszabbításán van, és $CB_1 = CB$.





Így CBB_1 egyenlő szárú háromszög, és

$$AB_1B\sphericalangle = CB_1B\sphericalangle = \frac{1}{2}ACB\sphericalangle = \frac{1}{2}ADB\sphericalangle,$$

vagyis az AB szakaszt feleakkora szögben látjuk B_1-ből, mint D-ből. És mivel még $DA = DB$, azért B_1 rajta van a D körüli, DA sugarú körön, és E mint D-nek AB_1-en levő vetülete felezi ezt a húrt:

$$AE = EB_1 = EC + CB,$$

amint a feladat állítja. Szavakban: A-ból C-n át B-be menve, az út felét E-ig tettük meg.

b) Legyen D-nek BC-n levő vetülete E^*, továbbá D'-nek AC-n, BC-n levő vetülete rendre E', E'^*. Így E^* az E tükörképe CD-re; E'^* az E^* képe a BC húr felező merőlegesére nézve, hiszen ez átmegy k középpontján, másrészt D

és D' egymás képei O-ra. Hasonlóan E' és E egymás képei az AC húr felező merőlegesére, végül E' és E'^* tükrös pár CD'-re, mert ez felezi a BCA szöget. Ezek szerint

$$CE = CE^* = BE'^* = AE'.$$
$$BE^* = BC + CE^* = BC + CE = AE = E'C, \text{ és } BE^* = CE'^*,$$
$$BE^* + E^*C = AE + EC = CA,$$
$$BE'^* + E'^*C = CA,$$

tehát A-ból C-n és E^*-on át B-be menve az út felezőpontja C, valamint akkor is C van a félúton, ha A-ból C-n és E'^*-on áthaladva, B-ben fejezzük be utunkat.

E'-nek csak mesterkéltebben tudunk efféle jelentést tulajdonítani a bizonyított állításból adódó

$$E'C = AE' + CB$$

egyenlőség alapján: ha ketten utaznak A-ból C-n át B-be, és a két férőhely egyike kényelmesebb, akkor – helyüket E'-ben és C-ben cserélve – egyenlő hosszú utat tesznek meg a kényelmesebb helyen.

II. megoldás. (csak a feladat állító részére). Hosszabbítsuk meg DE-t a körrel való G metszéspontig. Így $D'DG\sphericalangle = BAC\sphericalangle$ mint merőleges szárú hegyesszögek, egyszersmind kerületi szögek, ezért a BC ív és húr egyenlő a $D'G$ ívvel, illetve húrral.

Másrészt – mivel DD' átmérő, azért $D'G\perp DG\perp AC$, tehát $D'G$ és AC párhuzamos húrok, a közös felező merőlegesükre E és E' tükrösek: $AE' = CE$, továbbá $E'E = D'G = BC$. Így pedig

$$AE = AE' + E'E = EC + CB.$$

Sallay Ágnes (Eger, Gárdonyi G. Gimn. volt tanulója)

Megjegyzés. A feladat fogalmazási hibájára egyedül *Lánczi Katalin* (a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimn. volt tanulója) mutatott rá. Feltehetően egy „nem szokványos” (A, B az alsó félkörön, C följebb, de még mindig az alsó félkörön) és egy szokványos helyzetfelvétel összehasonlításából vette észre, hogy mire is gondolhatott a szerkesztőség. Szűrjük le ebből tanulságul: merjünk fölvenni „szokatlan” helyzeteket is (lásd az ábra két változatát).