

Ha ismerjük három szakasz hosszainak kölcsönös nagyságviszonyát, akkor ezeknek csak egyetlen feltételt kell teljesíteniük ahhoz, hogy belőlük háromszöget szerkesztéssünk: legnagyobbikuknak kisebbnek kell lennie a másik kettő összegénél (a többi egyenlőtlenség ebből már következik). Válasszuk esetünkben úgy a betűzést, hogy álljon

$$(1) \quad (0 <) \quad a \leq b \leq c,$$

akkor az eredeti háromszög létezéséből következik:

$$(2) \quad c < a + b.$$

A számvonal pozitív oldalát az  $a, b, c$  számokat ábrázoló pontok legföljebb 4 részre osztják: 3 szakaszra és egy végtelen félegyenesre. Megmutatjuk, hogy bármelyik részben van is a  $d$  szám képe, az  $a_1, b_1, c_1$  szakaszokból mindig lehet háromszöget szerkeszteni. Mindenekelőtt nyilvánvaló, hogy (1) és  $d > 0$  alapján teljesül:

$$(0 <) \quad a_1 \leq b_1 \leq c_1,$$

így azt kell belátnunk, hogy

$$(3) \quad c_1 < a_1 + b_1.$$

**I.** Ha mármost  $d$  képe az I. félegyenesen vagy a kezdőpontjában van, azaz  $d \geq c$ , akkor  $a_1 = a, b_1 = b, c_1 = c$ , így pedig (3) azonos a (2)-vel.

**II.** ha  $b \leq d < c$ , akkor (2)-ben csak a bal oldal helyére írunk kisebbet, tehát teljesül.

**III.** Az  $a \leq d < b$  esetben (2) így alakul:  $d < a + d$ , ami nyilvánvalóan teljesül.

**IV.** Végül  $(0 <) d < a$  esetén  $a_1, b_1, c_1$  egyenlő oldalú háromszög.

Amennyiben (1)-ben az első vagy a második jel-pár helyén egyenlőség áll, akkor a III., ill. II. szakasz hossza 0, az a része megfontolásunknak fölöslegessé válik. Ezzel megkaptuk a választ: az  $a_1, b_1, c_1$  szakaszokból mindig szerkeszthető háromszög.

*Kiss János* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)

*Megjegyzés.* Tulajdonképpen nincs szükség az I–IV. esetek részletes vizsgálatára (3) bizonyításához: ha (3) jobb oldala megegyezik (2) jobb oldalával, akkor (3) igaz, mert a bal oldalán álló  $c_1$  nem lehet nagyobb a (2) bal oldalán álló  $c$ -nél: ha (3) jobb oldala eltér (2) jobb oldalától, akkor  $a_1, b_1$  közül legalább az egyik  $d$ -vel egyenlő, ámde akkor  $c_1 = d$  és így (3) nyilvánvalóan igaz.