Az $\overline{x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0}$ szám az $a$ alapú számrendszerben az

$$A_n = x_n a^n + x_{n-1} a^{n-1} + \dots + x_1 a + x_0 = x_n a^n + A_{n-1}$$

számot jelenti. Ugyanígy $B_n = x_n b^n + B_{n-1}$. Az (1)-ben szereplő négy szám mindegyike pozitív, így a két tört is, ezért (1) akkor és csak akkor áll fönn, ha reciprok értékükre

$$\frac{A_n}{A_{n-1}} > \frac{B_n}{B_{n-1}}$$

teljesül, azaz

$$\left(\frac{x_n a^n}{A_{n-1}} + 1\right) - \left(\frac{x_n b^n}{B_{n-1}} + 1\right) = \frac{x_n}{A_{n-1} B_{n-1}} (a^n B_{n-1} - b^n A_{n-1}) > 0,$$

tehát ha a zárójelbeli kifejezés pozitív, hiszen a kiemelt tényező pozitív. Ezt az előforduló $x_{n-1}$ $(\neq 0)$, $x_{n-2}, \dots, x_0$ számjegyek szerint rendezve, majd a lehetséges kiemelésekkel

$$x_{n-1}(a^n b^{n-1} - b^n a^{n-1}) + x_{n-2}(a^n b^{n-2} - b^n a^{n-2}) + \dots +$$
$$+ x_1(a^n b - b^n a) + x_0(a^n - b^n) > 0.$$

(2)
$$x_{n-1} a^{n-1} b^{n-1}(a - b) + x_{n-2} a^{n-2} b^{n-2}(a^2 - b^2) + \dots +$$
$$+ x_1 ab(a^{n-1} - b^{n-1}) + x_0(a^n - b^n) > 0.$$

Ha ármost $a \leqq b$ állna, akkor az utolsó alak egyetlen tagja sem lehetne pozitív, így az összegük sem. Tehát ha (1) és vele együtt (2) fennáll, akkor $a > b$.

Fordítva, ha $a > b$, akkor (2) bal oldalának első tagja pozitív, a továbbiak egyike sem negatív, tehát a bal oldal pozitív, így pedig a (2)-re vezető ekvivalens átalakításokat fordított sorrendben végrehajtva (1)-re jutunk vissza. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

*Szerényi Tibor* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., I. o. t.)