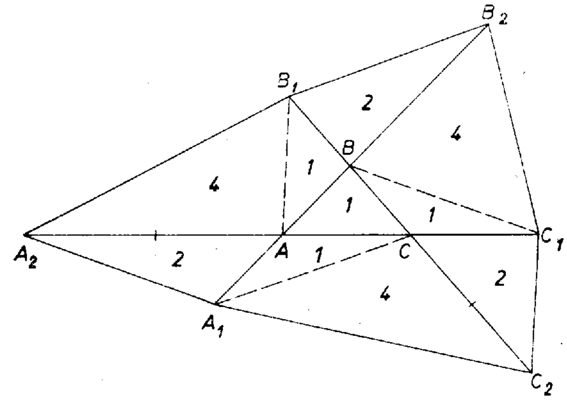
Tekintsük a három átló felezőpontjait: ezek vagy különbözőek, vagy kettő azonos közülük. (Mindhárom nem lehet azonos, hiszen ekkor a három átló egy ponton menne át, és nem határoznának meg háromszöget.) Az alábbiakban megvizsgáljuk mind a két esetet.

a) Ha az átlók felezőpontjai különbözőek, akkor két átló metszéspontja az egyik átlót felezi, a másikat negyedeli. Jelöljük az átlók által meghatározott háromszög egyik csúcsát A-val, az A-n átmenő átlók közül A_1 és B_2 legyen annak a két végpontja, amelyet A negyedel, ennek a felezőpontját jelöljük B-vel (A az A_1B szakaszt felezi, 1. ábra).



1. ábra

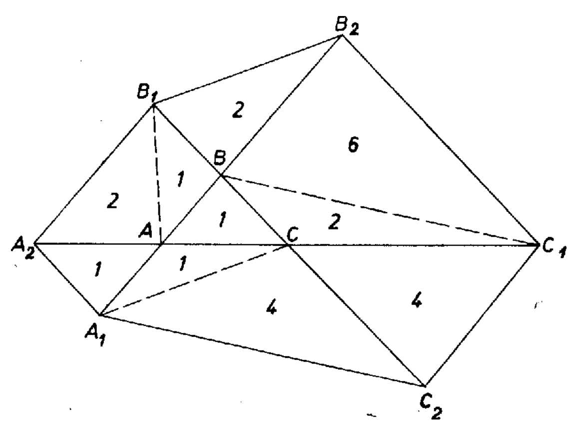
Az A-n átmenő másik átló végpontjait jelöljük A_2-vel, C_1-gyel, A felezi az A_2C_1 szakaszt, és legyen az AC_1 szakasz felezőpontja a háromszög harmadik csúcsa, ezt jelöljük C-vel. A harmadik átló felezőpontja csak C lehet, és ennek B negyedelő pontja, a végpontok legyenek B_1 és C_2 (B a B_1C szakaszt felezi).

Válasszuk területegységnek az ABC háromszög területét. Az ABC, AA_1C háromszögek C csúcsa közös, a szemközti oldalak ugyanazon az egyenesen vannak és egyenlőek, tehát AA_1C területe is 1. Hasonlóan 1 a BB_1A, CC_1B háromszögek területe is. Az ACA_1, A_2AA_1 háromszögek A_1 csúcsa közös, az ezzel szemközti oldalak ugyanazon az egyenesen vannak, és $A_2A = 2AC$, tehát A_2AA_1 területe 2. Hasonlóan 2 a B_2BB_1, C_2CC_1 háromszögek területe is.

Az A_1BC, A_1CC_2 háromszögek A_1 csúcsa közös, az ezzel szemközti oldalak ugyanazon az egyenesen vannak, és $CC_2 = 2BC$. Az A_1BC háromszög területe 2, mert az AC súlyvonal két darab egységnyi területű háromszögre vágja, tehát A_1CC_2 területe 4. Hasonlóan 4 a B_1AA_2, C_1BB_2 háromszögek területe is.

Az eredeti hatszög területe ezek szerint ebben az esetben $1+3(1+2+4) = 22$-szerese az ABC háromszög területének.

b) A második esetben legyen C az átlók által közbezárt háromszögnek az a csúcsa, amelyik a rajta átmenő mindkét átlót felezi, a harmadik átló felezőpontja legyen B (2. ábra).



2. ábra

Az AB, BC, CA oldalak legyenek rendre az A_1B_2, B_1C_2, C_1A_2 átlón, és az ABC háromszög területe legyen ismét egységnyi.

A fentiekhez hasonlóan kapjuk, hogy az AA_1C, BB_1A, CC_1B háromszögek területe rendre 1, 1, 2; az AA_1A_2, BB_1B_2, CC_1C_2 háromszögeké 1, 2, 4; az A_1CC_2, B_1AA_2, C_1BB háromszögeké pedig 4, 2, 6. A hatszög területe tehát 24-szerese az ABC háromszög területének.

Azt kaptuk tehát, hogy a feltett kérdésre nem egyértelmű a válasz, a hatszög területe vagy 22-szerese vagy 24-szerese az átlók által közbezárt háromszög területének aszerint, hogy a háromszög mindegyik csúcsa felezőpontja-e valamelyik átlónak vagy sem.