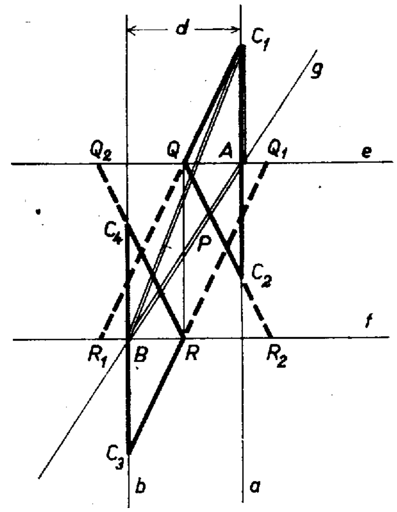
Jelöljük az adott egyeneseket e-vel és f-fel, az AB szakasz felezőpontja pedig legyen P, ez az AB szakasz mozgása során helyben marad. Mivel P felezi az AB szakaszt, egyenlő távolságra kell lennie e-től és f-től. A vizsgált háromszög A, B csúcsát egy tetszőleges, a P-n átmenő g egyenessel metszhetjük ki az e, f egyenesekből (1. ábra).

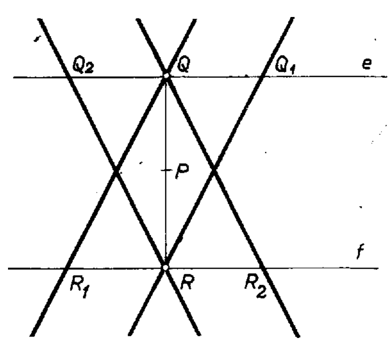


1. ábra

A háromszögnek az adott egyenesekre merőleges oldala vagy A-n, vagy B-n megy át, ennek megfelelően C, vagy az A-n átmenő, e-re merőleges a egyenesen, vagy a B-n átmenő, f-re merőleges b egyenesen van. A háromszögnek ehhez az oldalhoz tartozó magassága egyenlő az a, b egyenesek távolságával, d-vel. Ha C az a-n van, akkor $AC = d$, tehát C az A-tól d távolságra levő C_1, C_2 pontok egyike lehet a-n, ha pedig C a b-n van, akkor hasonlóan kapjuk a B-től d távolságra levő lehetséges C_3, C_4 pontokat. Ha tehát a g egyenest megválasztjuk, C-t négy pont közül választhatjuk. Kivételt képez az az eset, amikor g merőleges az adott egyenesekre, ekkor ugyanis $d = 0$, tehát nem jön létre megfelelő háromszög.

Legyen P vetülete e-n Q, f-en R, és tekintsük egy tetszőleges g egyenes mellett a fentiek szerint kapott AC_1Q háromszöget: ebben A-nál derékszög van, és $AQ = \dfrac{AC_1}{2} = \dfrac{d}{2}$. Jelöljük a QC_1 egyenes és f metszéspontját R_1-gyel. Az R_1RQ, QAC_1 háromszögek hasonlóak, mert megfelelő szögeik egyenlőek, tehát $R_1R = QR/2 = PR$. A QC_1 egyenes tehát nem függ g megválasztásától.

Hasonlóan kapjuk, hogy QC_2 és f metszéspontja, R_2 továbbá RC_3, illetve RC_4 és e metszéspontja, Q_1, illetve Q_2 helyzete nem függ g választásától, ugyanis $RR_2 = QQ_1 = QQ_2 = PR$. A C pont tehát rajta van a QR_1, QR_2, RQ_1, RQ_2 egyenesek egyikén (2. ábra).



2. ábra

Megmutatjuk, hogy a vizsgált mértani hely e négy egyenes együttese, kivéve belőle a Q és R pontokat. Legyen ugyanis C e négy egyenes valamelyikének Q-tól és R-től különböző pontja, legyen C mondjuk a QR_1 egyenesen. Legyen C vetülete e-n A, A-nak P-re vonatkozó tükörképe legyen B. Az AQC, RR_1Q háromszögek hasonlósága miatt $2AQ = AC$ és $2AQ$ egyenlő az ABC háromszög AC oldalához tartozó magasságával. Az ABC háromszög tehát eleget tesz feladatunk követelményeinek.

Hasonlóan látható be állításunk helyessége, ha C a QR_2 egyenesen van; ha pedig C az RQ_1 vagy RQ_2 egyenesen van, akkor legyen B a C vetülete f-en, A pedig B-nek P-re vonatkozó tükörképe, és fenti meggondolásunk ennek megfelelően megismételhető.