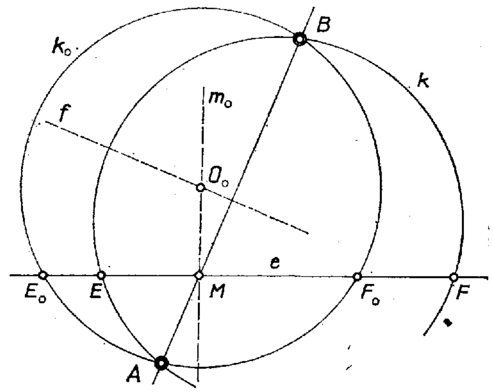
Legyen az adott egyenes e, a pontok A és B, egy az A-n és B-n átmenő kör k, és ennek e-vel közös pontjai E, F.



Az utóbbi két pont létezik és egymástól különböző, mert e az A-t és B-t szétválasztja, tehát k-t is két ívre vágja szét. Így AB és EF, mint k húrjai, metszik egymást egy M belső pontjukban, és ismert tétel szerint [1] $ME\cdot MF = MA\cdot MB$. Itt M helyzete és a jobb oldal értéke független k megválasztásától, tehát ugyanez áll a bal oldal értékére is. – A feladat szerint úgy kell megválasztanunk k-t, hogy $EF = EM + MF$ értéke a lehető legkisebb legyen.

Alkalmazzuk a pozitív számok mértani és számtani közepének nagyságviszonyára ismert tételt EF két darabjára. A fentieket is felhasználva

$$EF = 2\cdot\frac{EM+FM}{2} \geq 2\sqrt{EM\cdot MF} = 2\sqrt{MA\cdot MB},$$

és a bal oldal akkor és csak akkor nem haladja meg a jobb oldal (állandó) értékét, vagyis értéke akkor a legkisebb, ha a két darab egyenlő, $EM = MF$, tehát M felezi az EF húrt.

Eszerint a legrövidebb E_0F_0 húrt kimetsző k_0 kör O_0 középpontja egyrészt az M-ben e-re emelt m_0 merőlegesen van, másrészt természetesen az AB húr f felező merőlegesén, vagyis e két merőleges metszéspontja. Ezzel eljárást is adtunk k_0 megszerkesztésére. Az O_0 metszéspont és k_0 egyértelműen meg vannak határozva, mert AB nem párhuzamos e-vel, így m_0 és f sem párhuzamosak, és k_0 sugara O_0A.

Fodor Éva (Makó, József A. Gimn., II. o. t.)

[1] Lásd pl.: *Horvay Katalin–Pálmay Lóránt*: Matematika a gimn. és szakközépisk. II. o. számára. 4. kiadás. Tankönyvkiadó. Budapest. 1970. 175. o. 246. feladat.