A bal oldal első tagját a hozzá hasonló jobb oldali tag mellé visszük, négyzetre emeljük az egyenletet és rendezünk:

$$\sqrt{(2a+b)^2-4x^2}=-b.$$

Eszerint megoldás létezésének egy szükséges feltételéül máris kapjuk:

$$b\leqq 0. \tag{2}$$

Újabb négyzetreemeléssel $x^2=a^2+ab$, és így megoldásként csak a következő két érték jön szóba:

$$x_1=\sqrt{a(a+b)},\qquad x_2=-\sqrt{a(a+b)}, \tag{3}$$

amelyek csakis akkor valósak, ha a és $a+b$ egyenlő előjelűek, vagy ha fellép köztük a 0 érték is. Ezt (2)-vel egybefoglalva, $x_{1,2}$ valós, ha

$$a\geqq a+b\geqq 0,\ \text{azaz}\ -a\leqq b\leqq 0; \tag{4}$$

vagy ha

$$a+b\leqq a\leqq 0,\ \text{azaz}\ a\leqq 0,\ b\leqq 0. \tag{5}$$

Természetesen csak olyan megoldást fogadhatunk el, amely mellett az (1)-beli három négyzetgyökvonás külön-külön valós eredményre vezet. Tüstént látjuk, hogy ez (5) esetén nem teljesül, mert akár x_1-et, akár x_2-t helyettesítve, az első és a harmadik gyökjel közül legalább az egyik alatt negatív szám áll, kivéve ha $2a+b=0$, és $a(a+b)=0$, ami mindenképpen az $a=b=0$ esetre vezet. Ezt viszont a (4) feltétel is tartalmazza, így (5) esetét kizárhatjuk.

(4) esetén az első és a harmadik gyökjel alatt nemnegatív szám áll, hiszen 2-vel osztva őket, az a és $a+b$ nemnegatív számok számtani és mértani középértékéből képzett összeg és különbség áll előttünk. Ugyanígy a második gyökjel alatti szám sem negatív, ugyanis

$$\frac{10a+9b}{6}=\frac{a+9(a+b)}{6}=\frac{1}{2}\left\{\frac{a}{3}+3(a+b)\right\}\geqq\sqrt{\frac{a}{3}\cdot 3(a+b)}=|x_{1,2}|.$$

Már csak azt kell vizsgálnunk, (3) melyike – és (4)-en túlmenve mely további feltétel mellett – elégíti ki (1)-et. x_1-et véve, az első és harmadik négyzetgyökjel így alakul:

$$\sqrt{2a+b+2x_1}=\sqrt{a+2\sqrt{a(a+b)}+(a+b)}=\sqrt{a}+\sqrt{a+b},$$
$$\sqrt{2a+b-2x_1}=\sqrt{a}-\sqrt{a+b},$$

tehát a jobb oldalból a bal oldal első tagját kivonva mindenesetre

$$\sqrt{a}-3\sqrt{a+b}$$

adódik; a második négyzetgyök viszont

$$\sqrt{10a+9b-6x_1}=\sqrt{a-6\sqrt{a(a+b)}+9(a+b)}=\pm(\sqrt{a}-3\sqrt{a+b})$$

aszerint, hogy

$$a\geqq 9(a+b),\ \text{azaz}\ b\leqq -\frac{8}{9}a\leqq 0,\qquad\text{illetőleg} \tag{4a}$$

$$a<9(a+b),\ \text{azaz}\ -\frac{8}{9}\,a<b\leqq 0. \tag{4b}$$

Eszerint (4a) mellett teljesül (1), viszont (4b) mellett nem teljesül.

x_2 esetében az első és harmadik négyzetgyök szerepe fölcserélődik, csak a második négyzetgyökjelet kell újra számítani, ami hasonlóan

$$\sqrt{a}+3\sqrt{a+b},$$

és vele (1) teljesül.

Mindezek szerint a megoldás

$$-a<b\leqq -\frac{8}{9}a<0\ \text{esetén}\qquad x=\pm\sqrt{a(a+b)},$$
$$-\frac{8}{9}a<b\leqq 0\ \text{esetén}\qquad x=-\sqrt{a(a+b)},$$

$a \geqq 0$, $a+b=0$ esetén pedig $x=0$, vagyis a megoldások száma a két feltétel szerint 2, 1, illetőleg 0.

Számpéldák:
$a=16$, $b=-7$ esetén $x_1=12$ nem megoldás: $7+5 \neq 2$,

$$x_2=-12 \text{megoldás}: \quad 1+13=14;$$

$a=16$, $b=-15$ $(< -128/9)$ esetén
$x_1=4$ is, $x_2=-4$ is megoldás: $5+1=6$, $\quad 3+7=10$;
$a=1$, $b=3$ esetén sem $x_1=2$, sem $x_2=-2$ nem gyök: $3+5 \neq 2$, $1+7 \neq 6$.

Szendrei Mária (Szeged, SÁgvári E. Gyak. Gimn., III. o. t.)