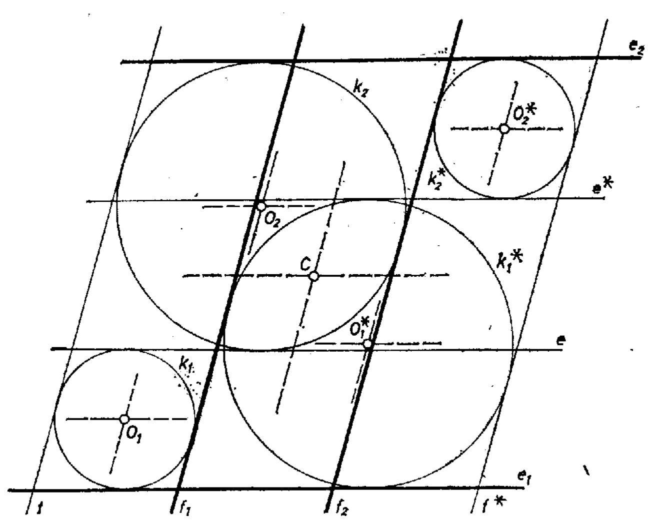
A négy egyenest az e_1, e_2, f_1, f_2 *betűzéssel ellátva* tekintjük adottnak, és olyan k_i kört keresünk ($i = 1, 2$), mely érinti e_i-t és f_i-t, továbbá k_i-nek e_i-vel, f_i-vel párhuzamos másik érintője k_{3-i}-t (azaz a másik kört). Csak olyan helyzettel foglalkozunk, amelyben e_i és f_i nem párhuzamosak.

Bármely kör két egymással párhuzamos érintőjének távolsága egyenlő a kör átmérőjével. Így, ha e a két körre nézve ***külső*** közös érintő volt – más szóval, ha k_1 és k_2 az e-nek ugyanazon a partján voltak, tehát ugyanez állt e_1-re és e_2-re is –, akkor e_1 és e_2 távolsága megadja a körök (valamilyen sorrendben) $2R$ és $2r$ átmérőinek ($2R \geqq 2r$) különbségét. Ha viszont e ***belső*** közös érintő volt, vagyis szétválasztotta k_1-et és k_2-t, tehát ugyanígy e_1-et és e_2-t is, akkor e_1 és e_2 távolsága az átmérők összegét adja meg. Ugyanezek érvényesek természetesen a f_1 és f_2 közti távolságra.

I. Ha mármost az e_1 és e_2 közti d_e és az f_1 és f_2 közti d_f távolság egymástól különböző, akkor nagyobbikuk $2(R + r)$-rel, kisebbikük pedig $2(R - r)$-rel egyenlő. Föltehetjük, hogy $d_e > d_f$ – hiszen ezt, ha kell, az e, f betűk fölcserélésével elérhetjük –, így R a $d_e + d_f$ távolságösszeg negyede, r pedig a $d_e - d_f$ különbség negyede. (Ha f_1 és f_2 egybeesnek, ez azt jelenti, hogy $R = r$.) Azt is kapjuk ebből, hogy az egymástól nagyobb távolságban haladó e_1 és e_2 a két kör egyik közös belső e érintőjével párhuzamosak, amely tehát köztük haladt, egyiküktől $2R$, másikuktól $2r$ távolságban, és így k_1 és k_2 középpontja egyaránt e_1 és e_2 között volt; a kisebb távolságú f_1 és f_2 pedig a körök egyik közös f külső érintőjével párhuzamosak, ez a közös érintő az f_1 és f_2 közti síksávon kívül haladt, a hozzá közelebbi f_i-től $2r$ távolságban.

Ezek alapján k_1-nek O_1 középpontja rajta van egyrészt az e és e_1 közti, másrészt az f és f_1 közti síksáv szimmetriatengelyén, vagyis O_1 e két tengely metszéspontja; k_2-nek O_2 középpontja pedig az e és e_2, valamint f és f_2 közti síksávok szimmetriatengelyének metszéspontja, és ezzel maguk a körök is meg vannak határozva.

Az előbbiek alapján e-ként és f-ként egyaránt $2-2$ egyenes jön szóba aszerint, hogy k_1 és k_2 közül k_1 sugarát tekintjük kisebbnek, ill. nagyobbnak, de e $2-2$ egyenes e_1 és f_1 indexelése alapján 2 párba kapcsolható. Így a feltételeket két k_1, k_2 körpár teljesíti, a megfelelő középpontok az 1. ábrán e és f-hez O_1 és O_2 – ekkor k_1 sugara kisebb –, továbbá e^* és f^*-hoz O_1^* és O_2^*.



A két megoldás egymás tükrös párja az e_1 és e_2 közti, valamint a f_1 és f_2 közti síksávok szimmetriatengelyeinek C metszéspontjára nézve.

Ezek szerint $d_e > d_f$ esetén csak akkor mondhatjuk, hogy az e_1, e_2, f_1, f_2 egyenesekből *visszaállítottuk a kiindulási köröket*, ha még azt is felhasználhatjuk, hogy k_1 és k_2 közül melyiknek a sugara volt nagyobb. A *„visszaállítás”* szót kissé lazábban értelmezve viszont ezt mondhatjuk: a két kör vagy k_1 és k_2 volt, vagy k_1^* és k_2^*, így a visszaállítás kétértelmű.

II. Amennyiben viszont a d_e és d_f távolságok egyenlők – más szóval e_1, e_2, f_1, f_2 egy rombusz oldalegyenesei –, úgy vagy $2(R - r)$-re, vagy $2(R + r)$-re két (egyező) adatunk van, a másikukra pedig nincs adatunk, ezért R, r és a körök nem határozhatók meg. Bármely r-et választva, található hozzá megfelelő R, így a kiindulási helyzet visszaállításáról még tágabb értelemben sem lehet szó.

Angyal József (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., III. o. t.)