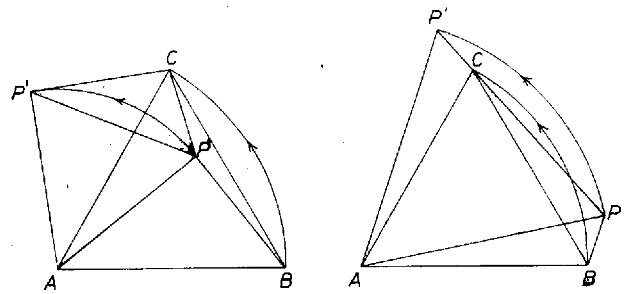
Az adott kifejezés értéke az ABC háromszög csúcsaiban rendre 0, 0, $2AC$. Tegyük fel a továbbiakban, hogy P a háromszög csúcsaitól különböző pont. Forgassuk el a BP szakaszt A körül úgy, hogy B a C-be jusson, legyen P új helyzete P', eszerint $BP = CP'$. Az elforgatás szöge 60°, ezért APP' szabályos háromszög, és így $AP = P'P$. Függvényünk értéke így kifejezhető a C, P, P' pontok közti szakaszokkal: $AP + BP - CP = P'P + CP' - CP$.

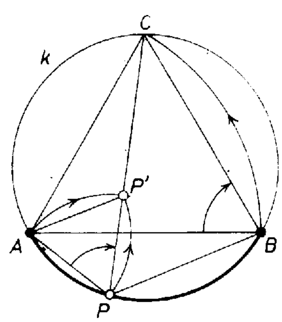
Ha ez a három pont nincs egy egyenesen, akkor a háromszög–egyenlőtlenség miatt a függvény értéke pozitív. Akkor is pozitív a függvény értéke, ha a pontok egy egyenesen vannak, de P' nincs a CP szakaszon, hiszen ekkor vagy a $P'P$, vagy a CP' szakasz tartalmazza a CP szakaszt. Ha pedig P' a CP szakaszon van, akkor a függvény értéke 0. A függvény minimuma (figyelembe véve a csúcsokban felvett értékeit is) ezek szerint 0, és ezt akkor veszi fel, ha P az A vagy a B csúccsal azonos, vagy ha P' a CP szakaszon van (1 ábra).



1. ábra

Ez utóbbi esetben A-t a P körül 60°-kal elforgatva a PC szakasz P' pontját kapjuk, tehát $PA < PC$. A PA félegyenest ugyanolyan irányú és nagyságú forgatás viszi a PC félegyenesbe, mint amekkora a BA félegyenest viszi BC-be, hiszen mindkét forgatás 60°-os és ellentétes irányú az előbb alkalmazott forgatással. Emiatt B és P ugyanazon az AB szakasz feletti, 120° nyílású látóköríven vannak, vagyis P az ABC háromszög köré írható k kör B-t tartalmazó AC ívén van. Mivel $PA < PC$, ennek csak az egyik fele, a C-t nem tartalmazó AB ív jöhet szóba.

Ha P a k-nak a C-t nem tartalmazó AB ívén van, akkor A-t P körül 60°-kal elforgatva a PC szakasz P pontját kapjuk, mely P-nek A körüli 60°-os forgatásával is előállítható, ekkor tehát az adott függvény értéke valóban 0. Láttuk, hogy a függvény értéke akkor is 0, ha P a mondott ív végpontjaival azonos, tehát az adott függvény a k kör C-t nem tartalmazó zárt AB ívén veszi fel a minimumát (2. ábra).



2. ábra