A nevező két tagjában a két-két tényező mindegyike nemnegatív, és csak $a=b=0$ esetén válik 0-vá. Ez az egyetlen olyan a, b értékpár, amely mellett a kifejezés nincs értelmezve, ezt kizárjuk.

A nevező alábbi alakjában:

$$N=(a^2+b^2)(a^2+ab+b^2)+(a^2+b^2)ab+a^2b^2$$

a 2. és 3. tag közös tényezőjét kiemelve a zárójelben az 1. tag 2. tényezője adódik, így

$$N=(a^2+ab+b^2)^2.$$

Itt a zárójelbeli kifejezés tovább nem alakítható szorzattá, mert láttuk, hogy csak akkor 0, ha $a=b=0$, ha pedig két (elsőfokú) tényező szorzataként volna írható, akkor mindegyik tényezőhöz volna olyan a, b értékpár, amely mellett annak a tényezőnek az értéke 0 volna, és így a szorzat is eltűnne.

Ezek szerint a tört csak $M=a^2+ab+b^2$-tel vagy magával $N=M^2$-tel lehet egyszerűsíthető. Próbát téve a könnyű számításra vezető $a=2$, $b=1$ értékpárral, $M=7$, a számláló pedig $9\cdot 27+2\cdot 8=259=7\cdot 37$, ez sejteni engedi, hogy egyszerűsíthetünk M-mel. M^2-vel viszont nem várható, hogy egyszerűsíthessünk, hiszen $7\cdot 37$ nem osztható 7^2-tel.

A számláló kifejtése és kellő átcsoportosítása igazolja sejtésünket:

$$\begin{aligned}
&a^6+3a^5b+3a^4b^2+4a^3b^3+3a^2b^4+3ab^5+b^6=\\
&\quad=(a^6+a^5b+a^4b^2)+2(a^5b+a^4b^2+a^3b^3)+\\
&\quad+2(a^3b^3+a^2b^4+ab^5)+(a^2b^4+ab^5+b^6)=\\
&\quad=M(a^4+2a^3b+2ab^3+b^4),
\end{aligned}$$

az új zárójelből viszont már nem emelhető ki M, mert így alakítható:

$$(a^2+ab+b^2)^2-3a^2b^2=M^2-3a^2b^2,$$

és itt a 2. tag nem osztható M-mel. Ezek szerint a tört egyszerűsített alakja:

$$\frac{a^4+2a^3b+2ab^3+b^4}{a^2+ab+b^2}$$

Szeredi János (Budapest, II. Rákóczi F. Gimn., II. o. t.)
Kiss György (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Könnyen adódnak a szorzattá alakítások abból az észrevételből is, hogy a kifejezés értéke nem változik, ha a-t és b-t fölcseréljük. Ilyen esetekben célszerű új változóknak venni az eredeti változók $a+b=s$ összegét és $ab=p$ szorzatát. Ezekkel a nevező

$$N=(s^2-2p)s^2+p^2=s^4-2ps^2+p^2=(s^2-p)^2=(a^2+ab+b^2)^2,$$

a számláló pedig

$$\begin{aligned}
&(s^2-3p)s^4+2p^3=s^6-3s^4p+2p^3=s^4(s^2-p)-2p(s^4-p^2)=\\
&\quad=(s^2-p)\{s^4-2p(s^2+p)\}.
\end{aligned}$$