a) Legyen a részt vett nagymesterek száma x, így a mestereké $3x$, az összes résztvevőké $4x$ és a lejátszott mérkőzések, egyszersmind az elért pontok száma [1] pedig, ha minden résztvevő minden másikkal kétszer játszott, ti. egyszer világos, egyszer sötét bábokkal, $4x(4x-1)$, ugyanis minden egyes játékoshoz mint világoshoz $4x-1$-féleképpen választható a sötéttel játszó partner. – A másik adat szerint a mesterek együttese az összpontszámnak $1{,}2(1+1{,}2)=6/11$ részét szerezte meg.

Másrészt a mesterek együttvéve legalább annyi pontot szereztek, mint ahány mérkőzésben mind a két játékos mester volt, vagyis a fentihez hasonlóan $3x(3x-1)$ pontot. Eszerint

$$\frac{6}{11}4x(4x-1)\geq 3x(3x-1), \tag{1}$$

amit 11-gyel szorozva és $3x$-szel osztva

$$x\leq 3.$$

Nem lehet azonban sem $x=1$, sem $x=2$, mert ezekkel (1) bal oldala nem egész szám, sem egy egésznél 0,5-del nagyobb szám. $x=3$ mellett viszont egész, tehát ez (az egyetlen) megoldás: 3 nagymester és 9 mester vett részt a körmérkőzésen.

b) A talált megoldás szerint (1)-ben egyenlőség áll, a mesterek együttesének éppen annyi pontja van, mint ahány mérkőzést egymás közt játszottak, tehát mester egyszer sem szerzett pontot nagymesterrel szemben. Így egyik mesternek sem lehet 16-nál több pontja, amennyi összejön, ha mindegyik mester-társát mindkét alkalommal legyőzte. Másrészt mindegyik nagymester legalább 18 pontot ért el a 9 mester 2-szeri legyőzésével. Ezek szerint a verseny első 3 helyezettje a 3 nagymester volt (esetleg holtversenyben).

Gáspár Gyula (Miskolc, Herman O. Gimn., II. o. t.)
Orosz Éva (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Befejezhető a fenti elindulás így is. A nagymesterek együttese számára biztos az egymás közti $x(x-1)$ játszmában elérhető ugyanennyi pont. További $x\cdot 3x\cdot 2=6x^2$ mérkőzés mindegyikét egy mester és egy nagymester vívta meg. Legyen az ezek után járó pontokból a mesterek által megszerzett pontok számának összege m, így a többi $6x^2-m$ pont a nagymestereké lett és

$$3x(3x-1)+m=1{,}2\{x(x-1)+6x^2-m\},$$
$$3x^2-9x+11m=0,$$
$$x=\frac{1}{6}\{9\pm\sqrt{81-132m}\}.$$

x csak $m\leq 27/44$ esetén valós, de $m=0{,}5$ esetén x nem racionális. $m=0$ esetén pedig $x=3$.

Árvay László (Budapest, Kölcsey F. Gimn., II. o. t.)

2.Természetesen ugyanezekre az eredményekre jutunk abból a feltevésből is, hogy bármelyik két játékos csak egyszer játszott egymással.

[1] Tudvalevően minden mérkőzésen 1 pontot kap a nyertes, vagy döntetlen esetén mindkét játékos $0{,}5-0{,}5$ pontot.