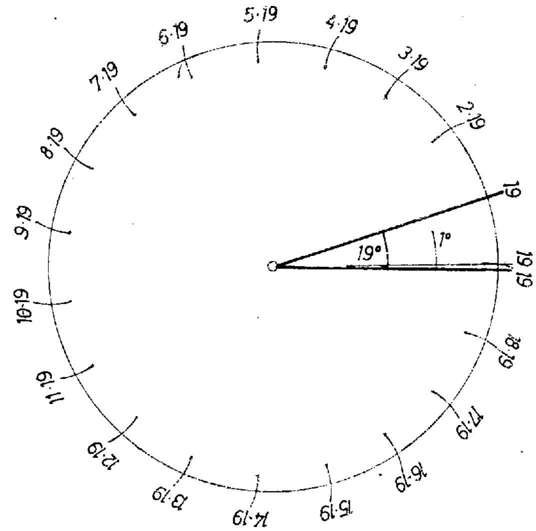
1. A jelölt a beszélgetésben nem hibázott. Megmutatjuk, hogy első két vállalása teljesíthető, harmadik válasza pedig azért helyes, mert a 18°-os szög 1°-os részekre osztását nem is lehet elvégezni kizárólag körző és vonalzó használatával. Ezt is indokolni fogjuk. A jelölt felvétele tehát azon múlott, hogy tudta-e teljesíteni vállalásait, ill. amennyiben ezt kérdezték, tudta-e indokolni harmadik állítását.

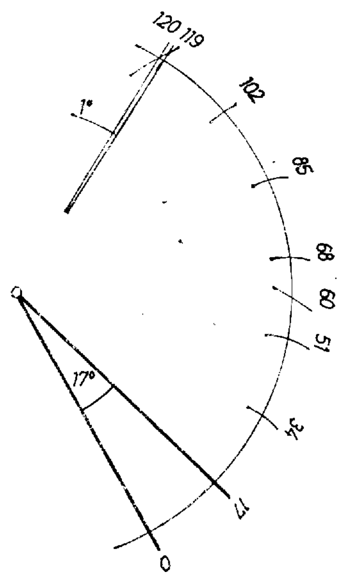
2. Az első két vállalás esetében elegendő egy 1°-os szöget előállítani. Ez sokféleképpen lehetséges.

A 19° esetében ez elvégezhető úgy, hogy a szög csúcsa körül kört írunk és erre még 18-szor fölmérjük a 19°-os szög szárai közti ívet, ekkor $19^2 = 360 + 1$ miatt valóban 1°-os szöget kapunk (1. ábra).



1. ábra

A 17°-os szög esetében mérjük rá a csúcsa körül írt körre még 6-szor a szárai közti ívet, másrészt kétszer a kör sugarát. Ekkor a keletkező osztópontokhoz vezető egyenesek szöge $120^\circ - 7 \cdot 17^\circ = 1^\circ$ (2. ábra).



2. ábra

3. A 18°-os szög felosztása 1°-os részekre egyértelmű lenne a szabályos 360-szög megszerkesztésével. Azonban Gauss megmutatta, hogy $n = 2^k p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_m$ oldalú szabályos sokszög (ahol k nem negatív egész, a $p_i - k$ páratlan primek) akkor és csak akkor szerkeszthető körzővel, vonalzóval, ha a $p_i - k$ csupa *különböző* $2^r + 1$ alakú prímek. Eszerint a $360 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ oldalú szabályos sokszög nem szerkeszthető, mert az oldalszám osztható a 3 páratlan prim négyzetével.

Fejes Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)
Smohay Ferenc (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Vázolunk néhányat a megoldásokban talált további szerkesztési lehetőségek közül. Rövidítésül csak azt adjuk meg, hogy egy, a szögünk csúcsa köré írt körön mely középponti szög szárának metszéspontját jelöljük ki, a szög egyik szárától mérve.

Elég volna ismerni 2°-ot is. Ezzel 0°-ból indulva a páros sorszámú, 19°-ból, ill. 17°-ból visszafelé indulva a páratlan sorszámú osztásvonalakat kapjuk. Mármost kiadódik a 2° a könnyen szerkeszthető 30° és $2\cdot 19=38^\circ$ közti 8°-os szög kétszeri felezésével. Vagy – mivel a felezés nehézkes – haladhatunk a következő osztópontok kijelölésével is: 30°, 38° (köztük 8°), visszafelé 22°, 14°, 6°, másrészt 0°-ból előre a 8°, így $8^\circ-6^\circ=2^\circ$. Hasonlóan $2\cdot 17^\circ-30^\circ$ fele 2°.

Megtakaríthatjuk a 30° előállításához szükséges felezést így is: 0°, 19°, 38°, 57°, 60° (köztük 3°); ezzel 3°, 6°,9°, 12°, 15°, 18°, végül a $19^\circ-18^\circ=1^\circ$-os ívvel egy-egy körző-beszúrással 3°-ból 2° és 4°, 6°-ból 5° és 7° stb.

Hasonlóan használható a 135° $(=3\cdot 45^\circ)$ és 15° vagy 75° is (ezekhez két-két felezés szükséges) és akkor $135^\circ-7\cdot 19^\circ=2^\circ$, ill. $19^\circ-15^\circ=4^\circ$, $4\cdot 19^\circ-75^\circ=1^\circ$.

Számosan a még több szerkesztési lépéssel kiadódó 18°-ot használták fel (18° a szabályos ötszög oldalához tartozó középponti szög negyede, ill. a szabályos 10-szögoldal középponti szögének fele).

Továbbiak: a 17°-os szög esetében

0°, 17°; 60°, 30°, 15°, innen a 17°-ig 2°.

0°, 17° 34°, 51°; 60°, $60^\circ-51^\circ$ alapján 9° és vagy $17^\circ-9^\circ=8^\circ$, vagy $2\cdot 9^\circ-17^\circ=1^\circ$.

0°, 17°, 34°, 51°, 85°; 90°, az utóbbi 2-ből 5°, majd $17^\circ-3\cdot 5^\circ=2^\circ$.

2. Az első két és a 3. kérdés válasza közti látszólagos ellentmondás feloldása a következő: mind a 17°-os, mind a 19°-os szög megadása kiterjesztette az eukleidészi szerkesztéssel elvégezhető feladatok körét, mert eukleidészi módon egyik szög sem szerkeszthető meg; viszont a 18°-os szög megadása nem segítség, mert olyasmit nyújt, amit magunk is meg tudnánk szerkeszteni a megengedett módon.

Pataki Béla (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)