I. Legyenek egy, a követelménynek megfelelő szám egymás utáni jegyei A, B, C, ahol $A>0$. Az első két négyzetszám, ti. $(100A+10B+C)^2$ és $(10B+C)^2$ utolsó jegye egyezik, ezért a harmadik négyzetszám utolsó jegye 0, tehát alapjának utolsó jegye is 0. Ezért valódi megoldásban $C>0$ is fennáll.

A követelmény szerint

$$(100A+10B+C)^2=(10B+C)^2+(100A+10B)^2,$$

kifejtéssel és rendezéssel

$$2AC=B^2. \tag{1}$$

Itt A és C szerepe valóban felcserélhető, tehát Zoltán állítása helyes. Elég tehát azokat a számjegyhármasokat felírni, amelyekben $A>C$. (Nem lehet ugyanis $A=C$, különben (1) bal oldala $2C^2$ lenne, ami nem teljes négyzet (hacsak nem $C=0$, ezt viszont kizártuk).

II. Mivel (1) bal oldala páros szám, B^2, és vele B is páros, továbbá A, $C>0$ miatt $B>O$. Sorravéve a páros számjegyeket

$B=2$ esetén $AC=2$, prim, innen $A=2$, $C=1$, a szám 221;
$B=4$ esetén $AC=8$, innen $A=8$, $C=1$, a szám 841,
és $A=4$, $C=2$, a szám 442;
$B=6$ esetén $AC=18$, innen $A=9$, $C=2$, a szám 962,
és $A=6$, $C=3$, a szám 663;
$B=8$ esetén $AC=32$, innen $A=8$, $C=4$, a szám 884.

Kirchner Imre (Budapest, Steinmetz M. Gimn., II. o. t.)
Cséplő Gábor (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Az állítás és a talált (1) feltétel minden olyan számrendszerben érvényes, amelyben csak a 0 végű (egész) számok négyzete végződik 0-ra. Sőt a 221 és 122 megoldás minden rendszerben érvényes úgy, hogy a harmadik négyzetszám alapjának utolsó számjegye 0. Viszont a 4-es számrendszerben 2^2, a 8-asban 4^2, a 16-osban 4^2, 8^2, 12^2 is 0-ra végződik, így elvileg lehetségesek más megoldások is.

2. A tízes rendszerben – mint láttuk – az $\overline{ABC}=221$-es megoldás 4 többszöröse is megoldás. Hasonlóan már a 17-es számrendszerben a 841-es megoldás 2-szerese is megoldás.