Azt fogjuk megmutatni, hogy egyrészt valamilyen dátumra helyes az öröknaptár, másrészt hogy bármely két szomszédos nap dátumára, a hétnek helyes sorrendben következő egymás utáni napjait adja meg. Ebből már következik, hogy a Gergely-naptár minden dátumára helyesen adja, hogy az a hét melyik napjára esik.

1970. márc. 1. vasárnap volt. Képletünk erre a dátumra az

$$1970+3+1+\left[\frac{8\cdot 4}{5}\right]+\left[\frac{1970}{4}\right]-\left[\frac{1970}{100}\right]-\left[\frac{1970}{400}\right]=2457=351\cdot 7+0$$

értéket adja, ami az öröknaptár szerint is vasárnapot jelent.

Ha két egymás utáni nap ugyanabban a hónapban van, akkor dátumukban csak n különbözik, a későbbi napon 1-gyel nagyobb. Az (1) képletben n egyedül a harmadik tagban szerepel, így az összeg is a két nap közül a későbbire 1-gyel nagyobb, tehát ugyanez áll a 7-tel való osztás maradékára, kivéve, ha ez a maradék a korábbi napra 6, ekkor a későbbi napra 0, ami (2) szerint szombat utáni napra vasárnapot ad.

Ha 30 napos hónap utolsó napjáról a következő hónap első napjára térünk, akkor $é$ nem változik, h nő 1-gyel, n csökken 29-cel. Így (1)-ben az első 3 tag összege $28=4\cdot 7$-tel csökken, ami a 7-tel osztás maradékán nem változtat. Az utolsó 3 tag változatlan, a $8(h+1)/5$ érték április, június, szeptember, ill. november 30-ról lépve a következő hónap 1-ére, rendre a

	$40/5{=}8$	$56/5{=}11{,}2$	$80/5{=}16$	$96/5{=}19{,}2$
értékről a	$48/5{=}9{,}6$	$64/5{=}12{,}8$	$88/5{=}17{,}6$	$104/5{=}20{,}8$

értékre változik. Az egész rész mindegyik esetben 1-gyel nő, így az (1) érték ebben az esetben is helyesen adja a napok egymásutánját.

Ha 31 napos hónapról lépünk a következőbe, akkor (1) első, továbbá utolsó három tagja változatlan. A második és harmadik $+1-30$-cal változik, tehát 29-cel csökken. $8(h+1)/5$ értéke a két egymás utáni napon március, május, július, augusztus, október, december és január hónap végén rendre

$$32/5=6{,}4,\ 48/5=9{,}6,\ 64/5=12{,}8,\ 72/5=14{,}4,\ 88/5=17{,}6,\ 104/5=20{,}8,\ 112/5=22{,}4,$$

a következő napon pedig

$$40/5=8,\ 56/5=11{,}2,\ 72/5=14{,}4,\ 80/5=16,\ 96/5=19{,}2,\ 112/5=22{,}4,\ 120/5=24.$$

Eszerint az egész rész mindegyik esetben 2-vel nő, az (1) kifejezés értéke tehát a következő napra térve 27-tel csökken, ami a 7-tel való osztás maradékának 1-gyel való növekedését, ill. 6-ról 0-ra változását jelenti ez esetben is.

Vizsgáljuk végül február utolsó napjának és a rá következő március 1-ének esetét. Megállapodásunk szerint $é$ is megváltozik. Ekkor külön kell választanunk a közönséges és a szökőévek esetét és az utóbbin belül is a századfordulókat a többi évektől.

Közönséges évek azok, amelyekben március évszáma nem osztható 4-gyel, továbbá amelyekben 100-zal osztható, de 400-zal nem. (Megállapodásunk szerint február évszámának az előző évét kell venni.) Mindkét esetben $8(h+1)/5$ értéke $120/5{=}24$-ről $32/5{=}6{,}4$-re változik, tehát egész része 18-cal csökken; $é{+}h+n$ pedig $1-11-27$-tel változik, tehát 37-tel csökken, az első négy tag összege tehát 55-tel.

Ha március évszáma nem osztható 4-gyel, akkor február és március ugyanabban a században van, így nem léptük át sem 100-nak, még kevésbé 400-nak egy egész többszörösét, tehát az utolsó két tag nem változik. Az $[é/4]$ tag akkor változnék, ha az $é$ megnövekedett értéke érné el 4 egy egész többszörösét, ami esetünkben nem áll fenn. Ha tehát $é$ nem osztható 4-gyel, akkor március 1-re lépve (1) 55-tel csökken, s így a 7-tel való osztás maradéka ismét úgy változik, mint az előző esetekben.

Ha március évszáma osztható 100-zal, de 400-zal nem, akkor az utolsó tag szintén nem változik, az előző kettő viszont 1-gyel nő, ill. 1-gyel csökken, tehát az (1) érték ekkor is 55-tel csökken.

Szökőév esetén az n szám 29-ről csökken 1-re, így az első három tag összege 56-tal csökken, ami a 7-tel való osztás maradékát nem változtatja. Ekkor március évszáma osztható 4-gyel és vagy nem osztható 100-zal, vagy 400-zal is osztható, $[é/4]$ értéke március évszámára 1-gyel nagyobb, mint a februárhoz megállapodásunk szerint tartozó évszámra. Ha március évszáma nem osztható 100-zal, akkor az utolsó két tag mindegyike a két évszámra ugyanazt az értéket adja, ha pedig március évszáma osztható 400-zal, akkor $[é/100]$ és $[é/400]$ is 1-gyel nagyobb március évszámára, mint a februárhoz tartozóra, így (1)-ben az utolsó két tag összege ebben az esetben sem változik. (1) értéke tehát az utolsó esetben is a kívánt módon változik.

Dombi Péter (Pécs, Nagy Lajos Gimn., II. o. t.)
Major Imre (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)