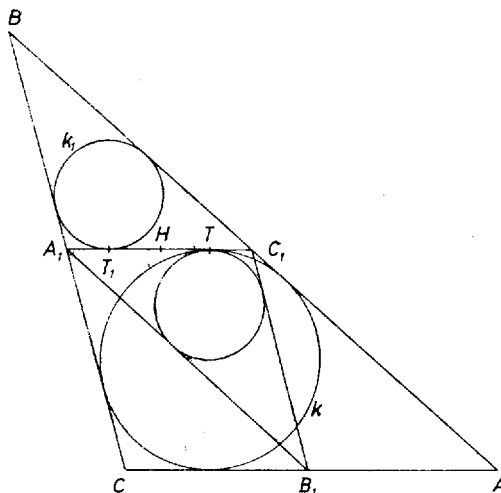


Legyen az eredeti háromszög  $ABC$ , a középháromszöge  $A_1B_1C_1$  és legyen a feltételt teljesítő oldal  $AC = (BA + BC)/3$ .



Ekkor az  $ACA_1C_1$  trapéz érintőnégyzög, hiszen szemben fekvő oldalpárjainak összege egyenlő:

$$AC + A_1C_1 = \frac{3}{2}AC = \frac{BA + BC}{2} = AC_1 + CA_1.$$

Eszerint pedig a trapézunkba beírt kör azonos az  $ABC$  háromszögbe írt  $k$  körrel, mert belülről érinti annak mindhárom oldalát, ilyen kör pedig csak egy van. Ennélfogva  $k$  érinti az  $A_1C_1$  középvonalszakaszt, legyen az érintési pont  $T$ .

Legyen még  $k_1$  az  $A_1C_1B$  háromszögbe írt kör, ez érintse  $A_1C_1$ -et a  $T_1$  pontban. Mivel  $k_1$  és  $k$  az  $A_1BC_1$  háromszög belső és külső érintő körei, az  $A_1C_1$  oldalon levő érintési pontjaik szimmetrikusan helyezkednek el az  $A_1C_1$  oldal  $H$  felezőpontjára nézve. (Ugyanis  $C_1T = A_1T_1$ , mert mindkettő egyenlő az  $A_1BC_1$  háromszög fél kerületének és  $BC_1$  oldalának a különbségével.)

A  $k_1$  kört  $H$ -ra tükrözve az  $A_1B_1C_1$  középháromszögbe írható kört kapjuk, ez az  $A_1C_1$  egyenest  $T_1$ -nek  $H$ -ra vonatkozó tükörképében,  $T$ -ben érinti, itt tehát érinti  $k$ -t is. Ezt kellett bizonyítanunk.