A bal oldal tényezői egész számok, így közülük kettőnek abszolút értéke 1, a hátramaradóé p, előjel szempontjából pedig vagy két tényező negatív (azaz 1 pozitív) vagy mind a három pozitív. p abszolút értékűnek a 3 tényező mindegyikét választhatjuk, ugyanígy az egyetlen pozitív tényező szerepére is, így a bal oldal 3 olyan értékrendszerből adódhat ki, melyben mindhárom tényező pozitív, továbbá $3\cdot 3=9$ olyanból, melyben két tényező negatív. Az egymás utáni zárójeles kifejezéseket rendre A, B, C betűvel jelölve a 12 értékrendszer a következő:

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}
\underbrace{\begin{array}{cccc} \text{I.} & \text{II.} & \text{III.} & \text{IV.} \\ p & p & -p & -p \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{array}}_{p\neq 2}
\left|\begin{array}{cccc} \text{V.} & \text{VI.} & \text{VII.} & \text{VIII.} \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ p & -p & p & -p \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right|
\underbrace{\begin{array}{cccc} \text{IX.} & \text{X.} & \text{XI.} & \text{XII.} \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ p & -p & -p & p \end{array}}_{p\neq 2}$$

Mármost a

$$3x+y+z=A, \qquad x+2y+z=B, \qquad x+y+z=C$$

rendszer megoldása egyértelműen

$$x=\frac{A-C}{2}, \qquad y=B-C, \qquad z=2C-B-\frac{A-C}{2} \tag{1}$$

(hiszen a 3. egyenletet az első kettőből levonva mindkétszer egyismeretlenes egyenletet kapunk). Itt y mindenesetre egész, x és z pedig akkor és csak akkor, ha A és C megegyező párosságúak. Ez mindig teljesül, ha p páratlan, ha pedig $p=2$, akkor csak a fenti V.–VIII. esetekben, amikor ti. $|B|=2$.

Így $p=2$ esetén 4 számhármas elégíti ki (1)-et, minden más prímszám esetén 12, ezeket a táblázat értékrendszereinek (1)-be való behelyettesítésével írhatjuk fel.

Móri Tamás (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)