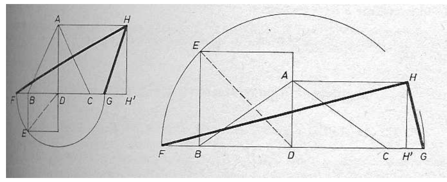
Legyen $AB = AC = b$ és $BD = a$, így $DF = DG = DE = a\sqrt{2}$, legyen továbbá H az AD egyenes G-t tartalmazó partján, és H vetülete a BC egyenesen H'.



Így $FH > GH$, továbbá $FH' = DF + DH' = DF + AH = b + a\sqrt{2}$ és $GH' = |DH - DG| = |b - a\sqrt{2}|$, ezért

$$FH = \sqrt{FH'^2 + H'H^2} = \sqrt{\left(b + a\sqrt{2}\,\right)^2 + DA^2} =$$
$$= \sqrt{\left(b^2 + 2\sqrt{2}ab + 2a^2\right) + (b^2 - a^2)} = \sqrt{2b^2 + 2\sqrt{2}ab + a^2} = b\sqrt{2} + a,$$

hiszen szakasz hossza pozitív. Hasonlóan

$$GH = \sqrt{GH'^2 + H'H^2} = \sqrt{\left(b - a\sqrt{2}\,\right)^2 + (b^2 - a^2)} = b\sqrt{2} - a,$$

ugyanis $b\sqrt{2} > b > a$.

Ezek alapján $FH - GH = 2a = BC$.

Megjegyzés. Az $FH - GH$ különbség fenti eredményünk szerint a háromszögnek csak az alapjától függ: ha az A pont helyzetét változtatjuk (míg B és C rögzített), az előírás szerint szerkesztett H pont minden helyzetében az $FH - GH$ különbség értéke ugyanaz lesz. A H pont tehát egy hiperbolán fut végig, hiszen F és G is rögzítettek.

Ismerve a hiperbola koordináta-rendszerbeli egyenletét, ezt az eredményt (és ebből feladatunk állítását) rövidebben is megkaphattuk volna: válasszuk a BC, DA egyeneseket egy koordináta-rendszer tengelyének, akkor a H pont $H'D = x$ és $H'H = y$ koordinátái között

$$x^2 = DH'^2 = AB^2, \qquad y^2 = DA^2$$

alapján az

$$x^2 - y^2 = BD^2$$

összefüggés áll fenn. Ez egy hiperbola egyenlete, melynek fókuszai valóban a feladat szerinti F és G pontok.