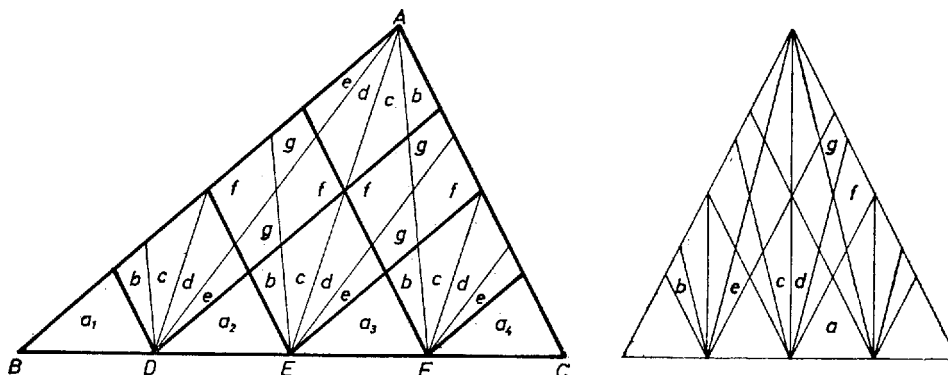


A  $D$ ,  $E$ ,  $F$  osztóponton át  $BA$ -val és  $CA$ -val húzott párhuzamosok a háromszöget 6 paralelogrammára és 4 háromszögre vágják szét, és ezek egymás közt nyilvánvalóan egybevágók. A rész-idomok közti centrális szimmetriák és eltolási lehetőségek figyelembevételével az is könnyen adódik, hogy a paralelogrammákat a további egyenesek 4-4 háromszögre, ill. négyszögre vágják szét, és a keletkezett 24 rész 4-esével egybevágó (az egybevágó részeket egyforma kis betűk jelölik), továbbá hogy általában két különböző betűvel jelölt rész nem egybevágó. A részek száma  $7 \cdot 4 = 28$ .



Azt, hogy 4-4 egybevágó részidom hányféleképpen cserélhető egymás között úgy, hogy egyik se maradjon eredeti helyén, elég az indexekkel megkülönböztetett  $a_1, a_2, a_3, a_4$  háromszögek esetében vizsgálni, hiszen ez a szám nyilvánvalóan ugyanaz lesz bármelyik másik egybevágó idomnégyes esetében. Sőt ezek helyett is elég csak az indexeket néznünk.

1	2	3	4
2	1	4	3
2	4	1	3
2	3	4	1

Az 1-es helyére a 2-est rögzítve, az 1-est pedig rendre a további számok helyére próbálva mindhárom esetben kapunk megfelelő átrendezést, de csak egyet-egyét; ugyanis a még betöltendő két hely közül legalább az egyik vagy a 3-asnak vagy a 4-esnek az eredeti helye, másrészt éppen ezeket a számokat kell még elhelyeznünk; mármint az eszerint figyelmet kívánó helyet (ill. egyiküket) megfelelően betöltve az utolsónak maradt helyre is egy másik helyről való szám jut.

Meggondolásunkat úgy ismételve, hogy az 1-es helyére a 3-ast, majd a 4-est tesszük, ismét 3-3 megfelelő átrendezést kapunk.

Eszerint bármelyik egybevágó idomnégyes tagjait egymás közt 9-féleképpen rendezhetjük át úgy, hogy egyikük se maradjon eredeti helyén. A 7 idomnégyesben e cseréket egymástól függetlenül végezhetjük, így az ábra megfelelő lefedéseinek keresett száma  $9 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 9 = 9^7 = 4782969$ .

*Turán György* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. Egyenlő szárú háromszögből kiindulva a  $b$  és  $e$ , valamint a  $c$  és  $d$  jelű részek tükrösen egybevágók, hátukra fordítva helyettesíthetik egymást, ekkor 8-8 és 4-4-4 rész cserélődhet egymás között. Általános meggondolás adja, hogy az 1, 2, ..., 8 számokat 14 833-féleképpen lehet úgy átrendezni, hogy egyikük sem maradjon eredeti helyén, ezért ábránkon az átrendezések száma  $9^3 \cdot 14833^2$ . (Nem vagyunk tekintettel arra, hogy az  $a$ ,  $f$  és  $g$  tengelyesen szimmetrikus idomokra egy-egy velük egybevágó részidomot melyik oldalával felfelé helyezünk rá.)

2. Meg lehet mutatni, hogy a részek között további egybevágóság nem léphet föl.