

Az adott lemezek területeinek összege $172^2 + 1^2 + 5^2 + \dots + 209^2 + 231^2 = 369\,664 = 608^2$ területegység, tehát a kérdéses téglalapok közös oldalhossza és a belőlük egyesítendő N négyzet oldala 608, kerülete 2432 egység.

Az N kerületére jutó – röviden: szegélyező – lemezek oldalának összege

$$113 + 118 + 123 + \dots + 209 + 231 = 1680.$$

A kerület $2432 - 1680 = 752$ többlete megadja az N sarkaira jutó 4 lemez oldalának összegét, hiszen ezek a kerületben kétszer szerepelnek, a többi egyszer. Először ilyen 4 lemezt keresünk.

A szegélyező lemezek közül a legnagyobb négynek az oldala együtt 839, a 752-s összeget 87-tel túllépi. Legegyszerűbben úgy várható 752 elérése, ha a mondott négy oldal valamelyikét 87-tel csökkentve, éppen egyik előírt szegélylemez oldalát kapjuk. Van köztük ilyen: $205 - 87 = 118$, ezért a

$$(2) \qquad 118, \quad 194, \quad 209, \quad 231$$

oldalú lemezekkel próbálkozunk N négy sarkán.

N egy-egy oldalának lefedése céljára képezzük a (2)-ből kiválasztható 6 pár összegét:

$$312, \quad 327, \quad 349, \quad 403, \quad 425, \quad 440;$$

mindegyik kisebb 608-nál. Az ezeket 608-ra kiegészítő számok rendre

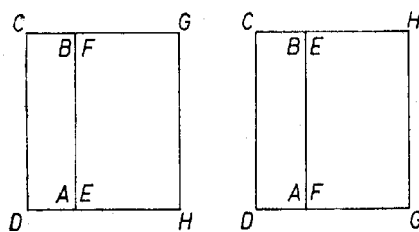
$$296, \quad 281, \quad 259, \quad 205, \quad 183, \quad 168.$$

Az utolsó három éppen megvan a (2)-ben igénybe nem vett szegélyező lemezek oldala között, az első hármat pedig kiadja két-két ilyennek az összege: $113 + 183$, $113 + 168$, $123 + 136$ (és könnyű belátni, hogy más lehetőség nincs). Így N oldalaira 6 betöltési lehetőséget kaptunk:

(α)	$118 + 113 + 183 + 194,$	(δ)	$194 + 205 + 209,$
(β)	$118 + 113 + 168 + 209,$	(ε)	$194 + 183 + 231,$
(γ)	$118 + 123 + 136 + 231,$	(ζ)	$209 + 168 + 231.$

(A négytagúakban a belső két tag felcserélhető.)

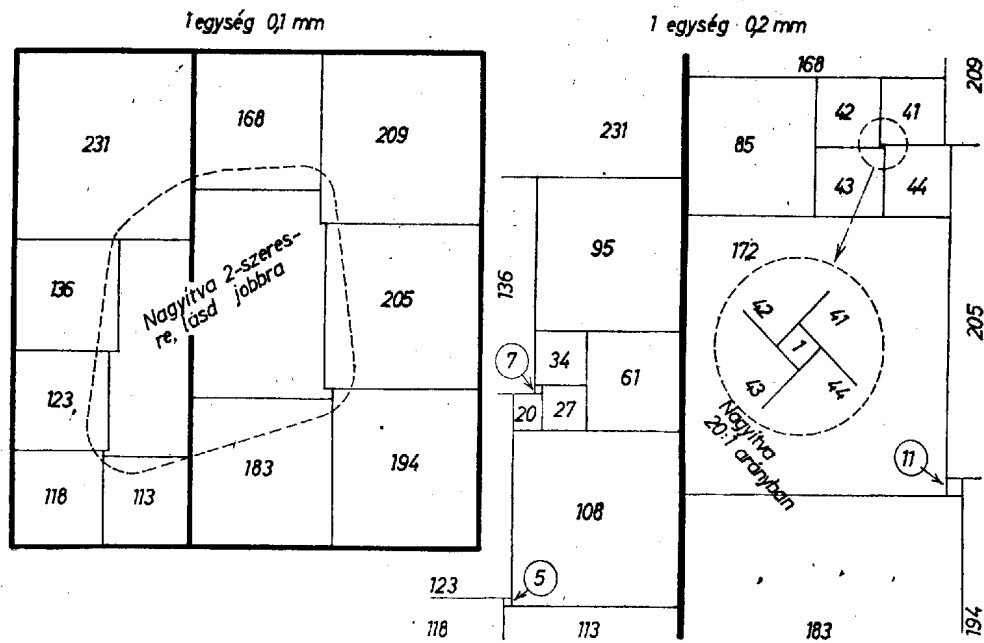
Szükségünk is van 6 felbontásra, mert ha a keresett $ABCD$ és $EFGH$ téglalapokban $AB = EF = 608$, ez az oldalpárjuk kétféleképpen illeszthető össze: A -val vagy E -t, vagy F -et egyesítve, és az így adódó $DAEH$, $CBEH$, ill. $DAFG$, $CBEH$ oldalpár, továbbá a CD és GH oldal éppen 6 különböző felbontást igényel (1. ábra).



1. ábra

A 118-at tartalmazó α , β , γ lefedéseket egybevetve kimondhatjuk, hogy N -nek a 118-as sarokból kiinduló két oldala közül az egyiket csak a γ előállítással fedhetjük le, hiszen ezen a két oldalon α és β a 113-ast két helyen kívánná felhasználni. α és β közös része azt sejteti továbbá, hogy ezek adják a mondott $DAEH$ és $DAFG$ lefedési változatok közös részét. Valóban, $118 + 113 = 231$, ami a γ oldal másik sarkán álló lemez oldala, várható tehát, hogy az egyik keresett téglalap szélessége 231 (és persze további 2 tagjuk ε és ζ közös része).

γ -t téve a CD oldalra (a lemezek fenti sorrendjével), és α -t a rá merőleges oldalra, a kerületen hátralevő 123, 136 lemez-pár helyzetét meghatározza az, hogy 118 (és 113) szomszédjának a 136-ot véve, köztük egy 5×18 méretű téglalap- „zsák” maradna, ami lefedhetetlen lenne (1)-ből, míg a 123-assal a zsák mérete 5×5 , betölthető az 5 egységnyi oldalú lemezzel, és így a lefedett rész határa töréspontjainak száma is csökken. Tovább is ezt tartva szem előtt, másrészt a 231-es méretet egyik keresett téglalap szélességének véve, és ezzel egy illeszkedési vonalat kijelölve, kézenfekvő a $231 - 136 = 95$ oldalú és a $113 - 5 = 108$ oldalú lemez behelyezése, majd egymás után a 61-esé, 34-esé, 20-asé, 7-esé és 27-esé, amivel a bal oldali téglalapot lefedtük. Hasonlóan kínálkozik egymás után a $205 - 194 = 11$ -es, $183 - 11 = 172$ -es, 44-es, 41-es, 85-ös, 43-as, 42-es, végül az 1-es lemez elhelyezése, s ezzel eleget tettünk a feladat előírásának (2. ábra).



2. ábra

Papp Gábor (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o. t.)

Kiss Ipoly (Budapest, Berzsényi D. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A vizsgált összeállítást R. L. Brooks, C. A. B. Smith, A. H. Stone és W. T. Tutte közölte, Duke Mathematical Journal, 7 (1940) 312–340. A kérdéskörrel többet olvashat az érdeklődő az *Élő matematika* (szerk.) Gábor Endréné, Tankönyvkiadó, Budapest, 1968) c. gyűjteményben, Gallai Tibor-nak *Négyzetfelosztások, hálózatok, gráfok* c. cikkében (108–133. o.).