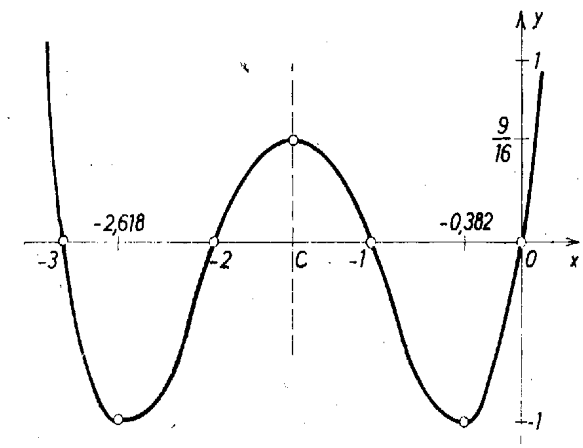
I. Először a két szélső, valamint a két belső tényező szorzatát képezve, majd az első szorzatot z-vel jelölve

$$K=(x^2+3x)(x^2+3x+2)=z(z+2)=(z+1)^2-1.$$

Eszerint K legkisebb értéke $z+1=0$ esetén adódik, és ekkor $K_{\min}=-1$. (Ilyenre vezető x érték van, mert

$$z+1=x^2+3x+1=0\text{-ból}$$
$$x'=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}=-2{,}618,\qquad x''=-0,382.)$$

II. K értéke az $x=0,-1,-2,-3$ helyeken 0, mert mindegyik helyen tényezőinek egyike 0, így a K-t ábrázoló görbe e négy pontban metszi az x tengelyt.



A négy pont páronként egymás tükörképe a $-\ 3/2$ abszcisszájú C pontra nézve, ebből azt sejtjük, hogy a görbe szimmetrikus az y tengellyel C-n át fektetett párhuzamosra, mint tengelyre nézve. Valóban, a pontok abszcisszáit az origó helyett C-től mérve, és ezt u-val jelölve

$$u=x+\frac{3}{2},\qquad\text{azaz}\qquad x=u-\frac{3}{2},\ \text{és így}$$

(1) $$K=\left(u-\frac{3}{2}\right)\left(u-\frac{1}{2}\right)\left(u+\frac{1}{2}\right)\left(u+\frac{3}{2}\right)=\left(u^2-\frac{9}{4}\right)\left(u^2-\frac{1}{4}\right)=u^2\left(u^2-\frac{5}{2}\right)+\frac{9}{16}$$

innen pedig látjuk, hogy K értéke az u és $-u$ helyeken egyenlő, a sejtett szimmetria fennáll.

Mármost a vizsgálandó tartományban

$$-2\le x=u-\frac{3}{2}\le -1,\ \text{tehát}$$
$$-\frac{1}{2}\le u\le\frac{1}{2},\quad\text{és így}\quad u^2\le\frac{1}{4},$$

és természetesen $u^2\ge 0$. Eszerint az (1) jobb oldalán álló szorzat második tényezője minden figyelembe veendő helyen negatív, első tényezője pedig pozitív – kivéve az $u=0$ helyet, ahol 0. Így a szorzat negatív vagy 0, tehát legnagyobb értéke $K_{\max}=9/16$, az $u=0$, vagyis az $x=-3/2$ helyen.