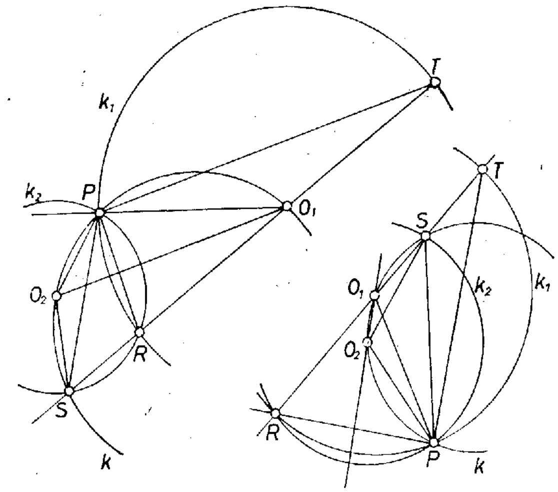
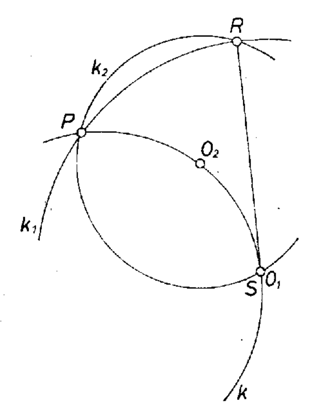
I. megoldás. Legyen az alapkör k, az ennek O_1 és O_2 (különböző) pontja körüli k_1, k_2 új körök metszéspontjai P és R, ahol P ugyancsak a k-n van, továbbá k_2 és k másik metszéspontja S. Azt fogjuk belátni, hogy R, O_1 és S egy egyenesem vannak.



1. ábra

O_2 felezi k-nak (egyik) PS ívét, mert O_2P és O_2S a k-nak (a k_2 sugarával) egyenlő húrjai, így O_1O_2 felezi az O_1P, O_1S egyenesek közti egyik szöget (és a csúcsszögét), más szóval O_1S az O_1P egyenes tükörképe O_1O_2-re. Ugyanez áll az O_1R egyenesre is, hiszen P és R egymás képei az új körök O_1O_2 centrálisára nézve, ennélfogva O_1R azonos az O_1S egyenessel.

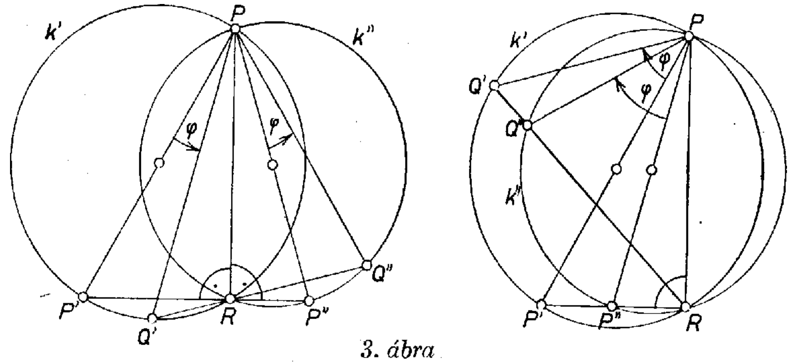
Az állítás tárgytalan, ha S egybeesik O_1-gyel (más szóval, ha előbb k_2-t vesszük fel, és S-et választjuk O_1 szerepére, 2. ábra).



2. ábra

Petz Dénes (Budapest, Veres Pálné Gimn., II. o. t.)

II. megoldás. Fel fogjuk használni a következő segédtételt: *Az egymást metsző körök egyik közös pontjából kiinduló átmérők másik végpontjait összekötő egyenes átmegy a körök másik közös pontján* – a 3. ábrán k', k'', P, P', P'', R –, továbbá *a mondott átmérőket az első közös pont körül ugyanabban az irányban ugyanakkora szöggel elfordítva a kapott húrok végpontjait összekötő* ($Q'Q''$) *egyenes ugyancsak átmegy a két kör második közös pontján.*



3. ábra

Valóban, P' is, P'' is rajta van az R-ben PR-re állított merőlegesen, továbbá a $P''RQ''$, $P''PQ''$, $P'PQ'$ és $P'RQ'$ szögek egyenlők.

Messe mármost az SO_1 egyenes k_1-et T-ben (1. ábra). Megmutatjuk, hogy PS és PT a segédtétel állítása szerinti húrok, ezért ST átmegy R-en. Valóban, SO_1PO_2 a k-ba írt húrnégyszög, $PO_1T\sphericalangle = PO_2S\sphericalangle$, és így az O_1PT, O_2PS hasonló egyenlő szárú háromszögekből $O_1PT\sphericalangle = O_2PS\sphericalangle$. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Beck József (Budapest, I. István Gimn., III. o. t.)