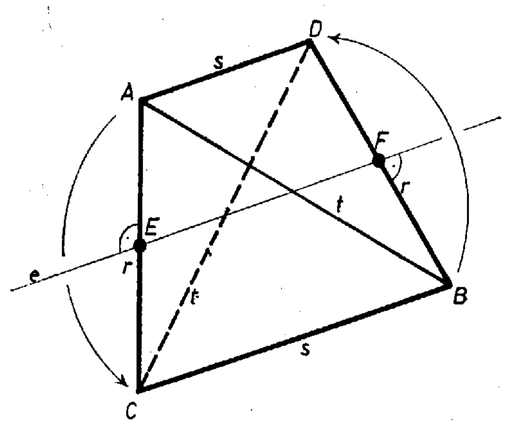
Legyen A (merőleges) vetülete e-n az E pont, B-é pedig F, így a feltevés szerint $AE=BF$. C-ről azt is mondhatjuk, hogy A-nak E-re vonatkozó tükörképe, így E felezi AC-t, hasonlóan F felezi BD-t, tehát

$$AC=2AE=2BF=BD,$$

jelöljük közös hosszukat r-rel.



Azt is mondhatjuk, hogy az e körüli, 180°-os forgatás A-t és C-t, valamint B-t és D-t páronként egymásba viszi át, ez pedig azt jelenti, hogy az AB szakaszt CD-be, AD-t pedig CB-be viszi, tehát $AB=CD=t$, $AD=CB=s$. Így pedig az ABC, ABD, ACD, BCD háromszögek mindegyikében egy-egy oldal hossza r, s, ill. t, tehát a háromszögek egybevágók, amint a feladat állítja.

Felhasználtuk, hogy A, B, C, D egymástól különböző pontok. Valóban A nem lehet rajta e-n, így E-től és C-től különböző, hiszen az ellentétes esetben A és e nem határozná meg a feladatban szereplő S síkot. B viszont azért nincs rajta e-n, mert különben benne volna S-ben; így B, F, D különböző pontok, és D sincs benne S-ben, különben B is benne volna. De pl. C is különböző B-től is, D-től is, hiszen C az S-ben van.

Meggondolásunk akkor is érvényes, ha F azonos E-vel; ekkor azonban a tetraéder elfajul, a 4 pont az A-n átmenő, e-re merőleges síkban van és egy téglalap csúcsait adja, mert átlói felezik egymást és egyenlők. Ez a helyzet már az adatokból felismerhető, ekkor ugyanis az AB egyenes merőleges e-re.

Sashegyi László (Tatabánya, Árpád Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Sokan vetületekben szemlélték a térbeli alakzatot. Az e-re merőlegesen álló síkokon a tetraéder éleinek vetülete egy téglalap és ennek két átlója. Azonban további síkok figyelembevétele és a tetraédernek egy téglatestbe való belefoglalása csak bonyolítja a helyzetet és – mint láttuk – mellőzhető.