I. A polinom értéke $x=0$, 1, 2 esetén rendre

$$p_0=c, \qquad p_1=a+b+c, \qquad p_2=4a+2b+c.$$

Mivel ezek egész számok, azért

$$p_1-p_0=a+b, \qquad p_2-p_0-2(p_1-p_0)=2a$$

is egész, úgyszintén a következő is:

$$2(p_1-p_0)-2a=2b.$$

Így x helyére páros (egész) számot, $2y$-t írva

$$p_{2y}=a\cdot 4y^2+b\cdot 2y+c=(2a)\cdot\left(2y^2\right)+(2b)\cdot y+c;$$

páratlan szám, $x=2y+1$ esetén pedig (vagyis y mindkétszer egész)

$$p_{2y+1}=a\left(4y^2+4y+1\right)+b(2y+1)+c=(2a)\cdot\left(2y^2+2y\right)+(2b)\cdot y+p_1,$$

vagyis p_{2y} is, p_{2y+1} is egész számokból szorzással és összeadással számítható, tehát egész. Ezt kellett bizonyítanunk.

II. Polinomunknak az $x=8,\ 9,\ 10$ helyeken felvett értéke egyúttal az

$$a(x+8)^2+b(x+8)+c=a\cdot x^2+(16a+b)x+(64a+8b+c)$$

polinom értéke az $x=0,\ 1,\ 2$ helyen, és ezért – a fentiek szerint – egész számokból szorzással és összeadással adódik, egész szám, tehát az állítás ebben az esetben érvényes marad.

III. Végül, ha a $0,\ -1,\ 2$ helyekről tudjuk, hogy ott a polinom egész értéket vesz fel, ellenpéldával mutatjuk meg, hogy a polinom értéke nem minden egész helyen egész szám. Ilyen az

$$\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{6}x=\frac{x(x+1)}{6}$$

polinom. Ennek értéke a kérdéses helyeken rendre $0,\ 0,\ 1$, viszont $x=1$ esetén $1/3$ az értéke. E feltevés mellett az állítás nem marad érvényben.

Szendrei Ágnes (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján, egyszerűsítésekkel