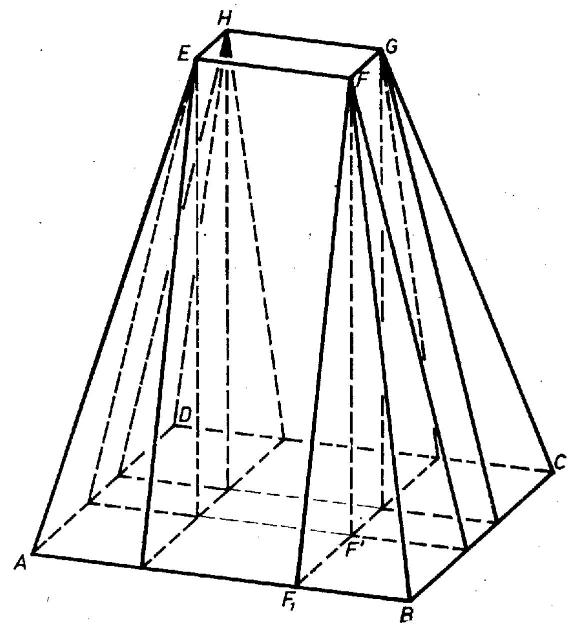
A test $ABCD = N$ négyzetlapjának nincs közös éle a téglalap alakú $EFGH = T$ lappal ($EF = 40$ cm, $EH = 20$ cm), mert oldalaik hosszai különbözők. Ugyanezért a trapézok csak a párhuzamos oldalaikkal kapcsolódhatnak N-hez és T-hez, egymáshoz pedig a száraik mentén. Így T és N síkjai párhuzamosak, mert van bennük két-két különböző irányú párhuzamos él: $AB \parallel EF$ és $BC \parallel FG$ (1. ábra).



1. ábra

A szárak egyenlősége miatt a trapéz-lapok tengelyesen szimmetrikusak. Így az EF él felező merőleges síkja a T, $EFBA$, N és $CDHG$ lapok közös szimmetriasíkja, tehát az egész testé is, és ugyanez áll az FG él felező merőleges síkjára.

Messük a testet az EH, FG éleken átmenő, N síkjára merőleges síkokkal három részre, így a középső rész egy trapéz alapú (egyik oldallapján fekvő) hasáb. A másik két részt messük az EF, GH egyeneseken átmenő, N síkjára merőleges síkokkal, így a középső részek (fekvő) háromoldalú hasábok, a széleken pedig négy egybevágó négyoldalú gúla keletkezik.

Legyen F vetülete N síkján F', az AB élen F_1, így az $ABFE$ lap, majd a test magassága

$$FF_1 = \sqrt{FB^2 - \left(\frac{AB - EF}{2}\right)^2},$$

$$FF' = \sqrt{FF_1^2 - \left(\frac{BC - FG}{2}\right)^2} = 120 \text{ cm},$$

a trapéz alapú hasáb térfogata

$$\frac{BC + FG}{2} \cdot FF' \cdot EF = 288 \text{ dm}^3,$$

a két háromoldalú hasáb együttes térfogata

$$2 \cdot \frac{AB - EF}{4} \cdot FF' \cdot FG = 72 \text{ dm}^3,$$

a négy gúla együttes térfogata

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{AB - EF}{2} \cdot \frac{BC - FG}{2} \cdot FF' = 192 \text{ dm}^3.$$

Ezek alapján a test térfogata: $V = 552 \text{ dm}^3$.

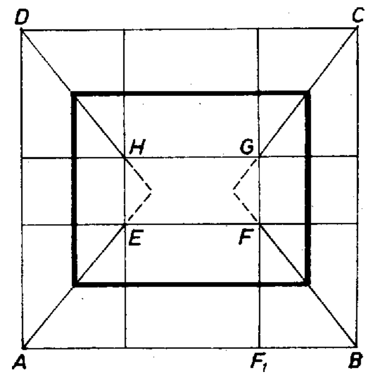
Ábrahám Zoltán (Nagykőrös, Arany J. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. A test nem csonkagúla, mert a BF, CG, valamint AE, DH él-párok metszéspontja különböző. Olyan síklapú, konvex testet, melynek összes csúcsai két párhuzamos síkban vannak, *prizmatoid*nak nevezünk (minden. egyes oldallapja háromszög, vagy trapéz, vagy paralelogramma). Meg lehet mutatni, hogy minden ilyen test térfogata[1]

$$V = m \cdot \frac{A_1 + 4K + A_2}{6},$$

[1]Lásd pl. *Pólya György:* A problémamegoldás iskolája I. kötet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1967, 123-124. old., 4.22-4.29. feladatok.

ahol A_1 és A_2 a párhuzamos síklapok területe, m a két sík távolsága (magasság), K pedig a magasság felező merőleges síkja által kimetszett idom területe. Esetünkben K egy 7×6 dm méretű téglalap (2. ábra).



2. ábra