A feladat mindkét részében olyan $C$ egész osztandót keresünk, melyet $\overline{BB} = 11 \cdot B$-vel osztva és a hányadosból annak $Q$ egész részét levonva $\overline{0,\ BB}$ és a 0,01-dal nagyobb szám közé eső különbséget kapunk, vagyis amelyre közönséges tört alakban

$$\frac{11 \cdot B}{100} \leqq \frac{C}{11 \cdot B} - Q < \frac{11 \cdot B}{100} + \frac{1}{100},$$

ill. $1100 \cdot B$-vel szorozva

(1) $$121 \cdot B^2 \leqq 100(C - 11 \cdot Q \cdot B) < 11 \cdot B(11 \cdot B + 1).$$

Az alábbi táblázat mutatja a bal és jobb oldal értékét $B$ szóbajövő értékeire:

| $B$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $121 \cdot B^2$ | 121 | 484 | 1089 | 1936 | 3025 | 4356 | 5929 | 7744 | 9801 |
| $11 \cdot B(11 \cdot B + 1)$ | 132 | 506 | 1122 | 1980 | 3080 | 4422 | 6006 | 7832 | 9900 |

A köztük levő, felülről nyílt számközbe $B = 1$, 4, 5, 9-re nem esik kerek százas; ha pedig

(2) $$B = 2, \quad 3, \quad 6, \quad 7, \quad 8,$$

akkor az (1)-et kielégítő százasok száma rendre

(3) $$Sz = 5, \quad 11, \quad 44, \quad 60, \quad 78.$$

*a)* Ha mármost az osztandó $C = A - B \leqq 9 - 2 = 7$, tehát egyjegyű, azaz kisebb a kétjegyű $\overline{BB}$ osztónál, tehát $Q = 0$, akkor (1)-ben középen legfeljebb 700 áll, ebből $B^2 < 6$, $B < 3$. Eszerint (2)-ből és (3)-ból $B = 2$, $C = 5$ és $A = B + C = 7$ megfelel. Valóban,

$$\frac{A - B}{\overline{BB}} = \frac{5}{22} = 0{,}227\ldots$$

*b)* A feladat második részében $C = 10 \cdot A + B$, $Sz = 10 \cdot A + B - 11 \cdot Q \cdot B$, és a fentiek alapján

$$Q = \frac{10 \cdot A + B - Sz}{11 \cdot B} = \frac{10 \cdot A - Sz}{11 \cdot B} + \frac{1}{11} \leqq \frac{90 - 5}{22} + \frac{1}{11} = \frac{87}{22} < 4.$$

$Q = 0$ esetén $A < B$, $Sz = 10 \cdot A + B$, vagyis $Sz$ egyes számjegye éppen $B$. (2) és (3) egybevetésével egyetlen megoldásként $B = 8$, $Sz = 78$, és így $A = 7$ adódik, és $78 : 88 = 0{,}886\ldots$, tehát ezek az értékek megfelelnek.

$Q = 1$ esetén $A \neq B$ miatt $A > B$, $Sz = 10(A - B)$, ennek (3)-ban csak $Sz = 60$, $A - B = 6$, $B = 7$ tesz eleget, de ebből $A = 13 > 9$, ilyen megoldás tehát nincs.

$Q \geqq 2$ esetén

$$\frac{10A + B}{11 \cdot B} \geqq 2, \qquad 21 \cdot B \leqq 10 \cdot A < 91,$$

ezért (2)-ből csak $B = 2$ és 3 jön szóba, $Q = 3$ esetén pedig hasonlóan csak $B = 2$.

$Q = 2$, $B = 2$ esetén az $Sz = 10 \cdot A - 42 = 5$ egyenletből $A$ nem egész, és ugyanez adódik a $(Q, B) = (2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 2)$ értékpárok esetében is.

Ezek szerint $Q > 0$ esetén nincs megoldás, azonban a kérdés félreértője is találhatott megoldást a $78 : 88$ osztásban.

*Megjegyzések.* 1. A végtelen tizedes törtek közönséges tört alakját ismerve az is megállapítható, hogy $B$ nem lehet relatív prím 10-hez, s így a (2) felsorolásban 3 és 7 sem jöhet szóba.

2. A számjegy fogalmán a *b)* részben $A$ esetében kissé tágítva a $Q = 1$ esetén talált $A = 13$, $B = 7$ is megfelel: $137 : 77 = 1{,}779\ldots$