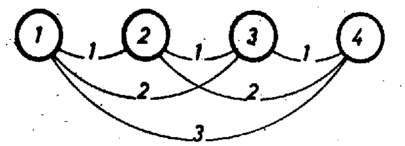
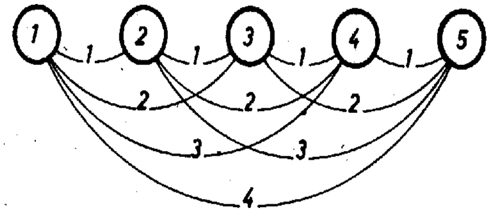
Az első három természetes számot hatféle sorrendben írhatjuk fel:

$$\begin{array}{llllll} 1,2,3 & (2); & 2,1,3 & (3); & 3,1,2 & (3); \\ 1,3,2 & (3); & 2,3,1 & (3); & 3,2,1 & (2). \end{array}$$

A szomszédos számok különbségei abszolút értékeinek összegét az egyes sorrendek mellett zárójelben feltüntettük. Ha tehát a keresett összeget általában S_n-nel jelöljük, akkor $S_3 = 3$.

Az 1, 2, 3, 4 számokból képezhető különbségeket az alábbi séma tartalmazza:





Az egy sorrendből származó három különbség összege tehát legfeljebb $3+ +2+2 = 7$, ami el is érhető: ez az összeg tartozik a 3, 1, 4, 2 sorrendhez, és ennek fordítottjához. Tehát $S_4 = 7$

Hasonlóan kapjuk, hogy az 1, 2, 3, 4, 5 számok közötti legnagyobb különbség az $5-1 = 4$, az ezt követő 3-as érték két számpár között lép fel: $5-2 = = 4-1 = 3$. Az egy sorrendhez tartozó összeg tehát legfeljebb $4+3+3+2 = 12$. Ez azonban nem érhető el, hiszen az első három különbség csak akkor lép fel, ha az $(5,1)$, $(4,1)$, $(5,2)$ párok egymás mellé kerülnek, vagyis a sorrend egy része 4, 1, 5, 2 vagy 2, 5, 1, 4, – a hátra levő 3-as számot azonban bármelyik végén illesztjük ehhez a blokkhoz, a negyedik különbség 1 lesz. Az 1-gyel kisebb, 11-es összeg viszont elérhető, épp a most látott módon, például a 3, 4, 1, 5, 2 sorrendből, ezek szerint $S_5 = 11$.

$n = 6$ esetében a fenti módon az öt különbség összegére az $5+4+4+3+3 = 19$ felső korlátot kapjuk, itt azonban még az 1-gyel kisebb, 18-as összeg sem érhető el. Ha ugyanis az 5-ös különbség nem lép fel, az összeg már csak $4+4+3+ +3+3 = 17$ lehetne. Ha az 5-ös különbség fellép, az 1, 6, számoknak egymás mellé kell kerülniük. Ha még mind a két 4-es különbség is fellép, az 5, 1, 6, 2 blokknak (vagy fordítottjának) elő kell fordulnia a sorrendben, de ekkor a hátra levő két különbség legfeljebb 2 lehet. Ha csak az egyik 4-es különbség lép fel, a 17-es összeghez a többi különbség mindegyikének 3-mal kellene egyenlőnek lennie; tehát a 4, 1, 6, 3 blokk volna része a sorrendnek, ami már kizárja a 4-es különbséget. Ha pedig nem lép fel 4-es különbség, az összeg nem lehet 18. A 17-es összeg viszont már előfordul például a 3, 5, 1, 6, 2, 4 és 3, 6, 2, 5, 1, 4 sorrendeknél, tehát $S_6 = 17$.

Szendrei Mária (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o. t.)
Sashegyi László (Tatabánya, Árpád Gimn., II. o. t.)