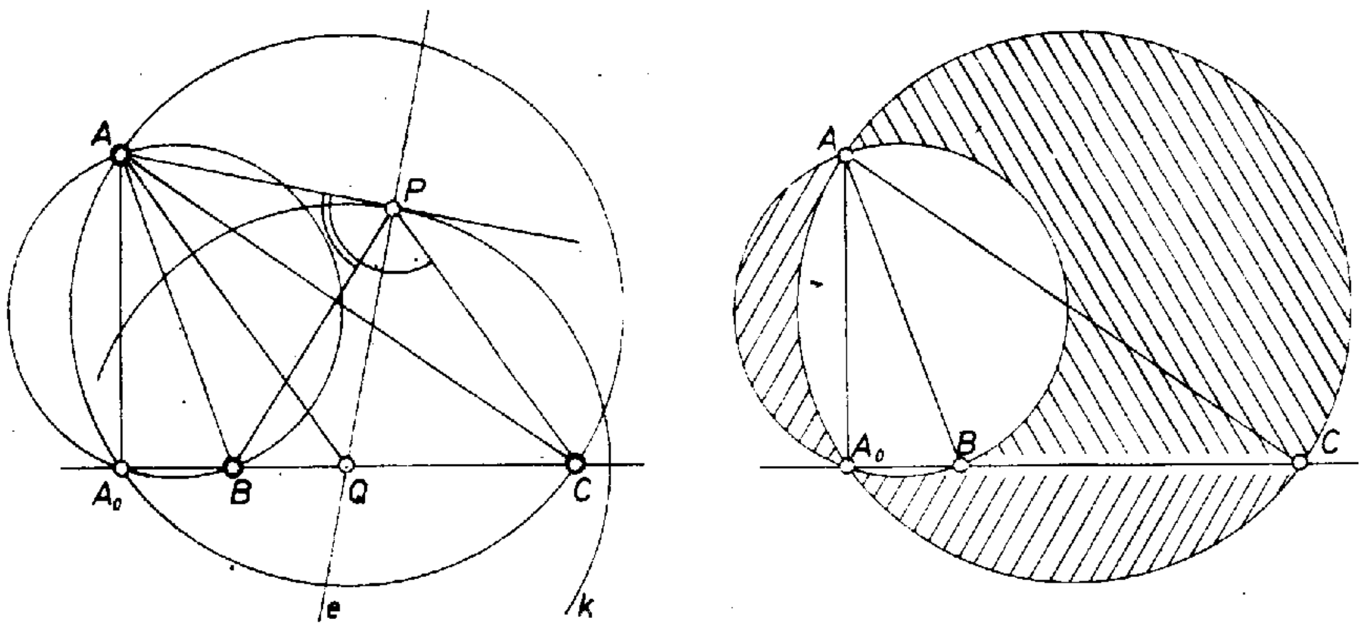
Legyen először Q a BC szakasz egy belső pontja, k egy Q körüli kör, melyre nézve A külső pont, és az A-ból k-hoz húzott egyik érintő érintési pontja P. Ekkor a P pontból az AQ szakasz derékszög alatt látszik. Tegyük fel egyelőre, hogy$P$ nincs rajta a BC egyenesen, azaz nem azonos A-nak ezen az egyenesen levő A_0 vetületével. A PQ egyenes metszi a BC szakaszt (éppen Q-ban), tehát elválasztja a B, C pontokat. Tegyük fel, hogy A a B-vel azonos oldalon van, így a PQ egyenes az AB szakaszt nem metszi, az AC-t igen. Az APB szög tehát hegyesszög, az APC szög tompaszög. Hasonló módon kapjuk, hogy ha A a C-vel van azonos oldalon, akkor APC hegyesszög, és APB tompaszög. Összefoglalva a két esetet, azt mondhatjuk, hogy P-ből az AB, AC szakaszok egyike hegyesszög, másika tompaszög alatt látszik.



Vegyük most fel P-t úgy, hogy csak az előbb kapott tulajdonság teljesüljön rá (de ne legyen rajta az AB egyenesen); megmutatjuk, hogy ekkor P a mértani helyhez tartozik. Mondjuk az AB szakasz látszik P-ből hegyesszög alatt, és APC tompaszög. Legyen e az AP-re P-ben emelt merőleges. Ekkor e egyik félegyenese az APC szögtartomány belsejében halad és metszi az AC szakaszt, viszont e az APB szögtartományon kívül halad, tehát AB-t nem metszi. Így az A és B pontok e egyik oldalán, C a másik oldalon helyezkedik el, e metszi a BC szakaszt. Jelöljük a metszéspontot Q-val, így a Q körüli, P-n átmenő kört az AP egyenes P-ben érinti, P tehát a keresett mértani helyhez tartozik.

Azok a pontok, amelyekből AC tompaszög alatt látszik, az AC átmérőjű k_C kör belsejében, amelyekből AB tompaszög alatt látszik, az AB átmérőjű k_B kör belsejében vannak. A kapott P pontok tehát azok, melyek e körök közül csak az egyikben vannak benne, de nincsenek rajta a BC egyenesen.

Könnyű belátni, hogy P csak akkor lehet a BC egyenesen, ha A_0-lal azonos, és A_0 nyilván a mértani helyhez tartozik. A B, illetve C körüli körökhöz tartozó érintési pontok pedig k_B, illetve k_C kerületén vannak, maga a B és C pont természetesen egyikhez sem számítható hozzá. (De az A és A_0 igen – és ha például B rajta van k_C-n – vagyis azonos A_0-lal –, akkor persze hozzátartozik a mértani helyhez.)

Hagyjuk el tehát a k_B, k_C körvonalakból a B és C pontokat, a keresett mértani hely a kapott ívek és az általuk határolt tartományok egyesítése lesz, kivéve belőle a két tartomány közös részét.