Legyen a három autó rendre K_1, K_2, K_3, az utóbbinak a sebessége v (km/óra), menetideje a K_1 eléréséig x (óra), végül az AB távolság s (km). Ekkor K_1 az utoléréséig t_1+x órát futott, K_2 és K_3 teljes menetideje pedig $t_1+x+t_2+t_3$, ill. $x+t_2$. A megfelelő utakat a két-két kocsi adataival kifejezve és egyenlővé téve két egyenletet kapunk az x, v ismeretlenekre:

$$v_1(t_1+x)=vx, \tag{1}$$
$$v_2(t_1+x+t_2+t_3)=v(x+t_2) \tag{2}$$

(1)-et $x+t_2$-vel, (2)-t x-szel szorozva a jobb oldalak egyenlők lesznek, így a bal oldalak is. Az x-re így adódó másodfokú egyenletet rendezve a következőt kapjuk:

$$(v_1-v_2)x^2+\{(v_1-v_2)(t_1+t_2)-v_2t_3\}x+v_1t_1t_2=0.$$

Ez – a $v_2\neq v_1$ feltevés miatt – valódi másodfokú egyenlet, első együtthatója és x-től mentes tagja a feladat szövege szerint pozitív, ezért a várakozásnak megfelelő, azaz pozitív gyöke csak akkor lehet, ha x együtthatója negatív:

$$(v_1-v_2)(t_1+t_2)-v_2t_3<0,$$

amiből az életszerű megoldás szükséges – de nem elegendő – feltétele:

$$t_3>\frac{v_1-v_2}{v_2}(t_1+t_2). \tag{3}$$

A megoldás valós voltának szükséges és elegendő feltétele pedig az, hogy a diszkrimináns pozitív vagy 0 legyen:

$$(v_1-v_2)^2(t_1+t_2)^2-2(v_1-v_2)[2v_1t_1t_2+v_2(t_1+t_2)t_3]+v_2^2t_2^2\geq 0. \tag{4}$$

Ennek további elemzésétől – bonyolultsága miatt – eltekintünk, csak annyit jegyzünk meg, hogy ha (4) a $>$ jellel teljesül, két pozitív megoldás van, ha pedig az $=$ jellel, akkor egy (természetesen feltéve, hogy (3) teljesült).

x ismeretében (1) alapján

$$v=\frac{v_1(t_1+x)}{x},$$

végül a távolság, (2) jobb oldalából

$$s=v(x+t_2)=\frac{v_1(x+t_1)(x+t_2)}{x}.$$

II. Mármost a numerikus adatokkal a (4) diszkrimináns értéke 0 és (3) teljesül, így egyetlen megoldás van:

$$x=2 \text{ óra},\quad v=120 \text{ km/óra},\quad s=360 \text{ km}.$$

Horváth Ervin (Süttő, Ált. Isk., 7. o. t.)
Francia Ferenc (Veszprém, Lovassy L. Gimn., II. o. t.)