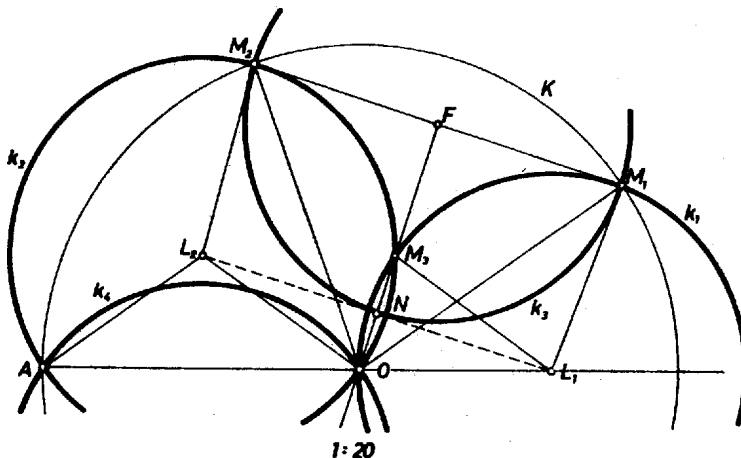


Szimmetrikus megoldással próbálkozunk. Legyen a $2R = 81,9$ cm átmérőjű K kör középpontja O . Helyezzük el az első k_1 lemezt úgy, hogy határvonala menjen át O -n, középpontja legyen L_1 (ekkor k_1 egész hosszában lefedi K -nak L_1 -en átmenő sugarát). Egy második, k_2 lemezt helyezzünk el úgy, hogy határvonala menjen át O -n, valamint a K kör L_1 -en átmenő átmérőjének még le nem fedett A végpontján. Jelöljük k_2 középpontját L_2 -vel. Ha K még le nem fedett részeinek kisebbike lefedhető egyetlen k_3 lemezzel, akkor a további két lemezt úgy helyezve el, hogy azok k_2 és k_3 tükörképei legyenek az AO egyenesre, lefedtük K -t az 5 lemezzel.

Legyen K azon ívének, amelyik a szóban forgó fedetlen részt határolja, k_1 -en és k_2 -n levő végpontja M_1 és M_2 , továbbá k_1 és k_2 O -tól különböző metszéspontja M_3 .



Megmutatjuk, hogy egy harmadik, k_3 lemez középpontját az M_1M_2 szakasz F felezőpontjába helyezve, ez a lemez lefedi a körívek határolta $M_1M_2M_3$ tartományt. Ehhez elég belátni, hogy $M_1M_2 \leq 50$ cm. Ugyanis K kisebbik M_1M_2 ívéről az M_1M_2 szakasz tompaszögben látszik, tehát az M_1M_2 szakasz lemetszette körszeletet tartalmazza k_3 egyik félköre. Másrészt M_3 az M_1L_1 szakasz OF -en levő merőleges vetületén van, mert OL_1M_3 egyenlő szárú háromszög, tehát OM_3 -nak N felezőpontja egyben L_1 merőleges vetülete OF -en és FM_1 is merőleges OF -re. Így

$$FM_3 < FN \leq M_1L_1 = 25,$$

tehát k_3 tartalmazza az $M_1M_2M_3$ háromszöget, ha M_1M_2 -t tartalmazza.

M_1M_2 az M_1OM_2 egyenlő szárú háromszögből számítható, ennek O -nál levő szöge pedig abból, hogy az M_1L_1O , M_2L_2O és AL_2O egyenlő szárú háromszögek egybevágók, oldalaik ismertek és az alapjukon levő egy-egy szög egészíti ki az M_1OM_2 szöget 180° -ra. Eszerint

$$M_1M_2 = 2R \sin \left(\frac{1}{2} M_1OM_2 \right),$$

$$\cos L_1OM_1 \sphericalangle = \frac{R}{2 \cdot L_1O} = 0,819,$$

és mivel a négyjegyű táblázat szerint $\cos 35^\circ = 0,8192$, ezért

$$L_1OM_1 \sphericalangle > 35^\circ.$$

Így

$$M_1OF \sphericalangle = \frac{1}{2} (M_1OM_2 \sphericalangle) = \frac{1}{2} [180^\circ - (L_1OM_1 \sphericalangle + M_2OL_2 \sphericalangle + L_2OA \sphericalangle)] =$$

$$= \frac{1}{2} (180^\circ - 3 \cdot L_1OM_1 \sphericalangle) < 37^\circ 30',$$

$$M_1M_2 = 2R \sin M_1OF \sphericalangle < 81,9 \cdot 0,6089 < 50,$$

ugyanis táblázatunk szerint $\sin 37^\circ 30' = 0,6088$.

Ezzel beláttuk, hogy K lefedhető az adott 5 körlemezzel, és meg is adtunk egy lefedési előírást.

Megjegyzés: Az irodalomban a kérdésre vonatkozóan az alábbi pontosabb közléseket találtuk.¹

Ahhoz, hogy egy adott, R sugarú K kör lefedhető legyen 5 egybevágó körlemezzel, ezek sugarának legalább $0,609383R$ -nek kell lennie. Pontosán ekkora lemezzel úgy lehetséges a lefedés, ha egyik lemez – a fenti k_1 – lefedi K -nak a középpontját és $0,028547R$ -rel (kb. $R/35$ -tel) túlnyúlik rajta, a második lemez ezen a legközelebbi

¹ W. W. Rouse Ball–H. S. M. Coxeter: Mathematical Recreations and Essays, Macmillan, London, 1963, 97 – 99. o.

ponton és a fenti A -n megy át, tovább pedig a fentiek szerint haladunk. (Eszerint vetélkedőnkön 82,0502 cm-re lehetett volna javítani Antal rekordját.)

Ha – mint a fenti megoldásban – k_1 , a középponton megy át, a lemezek sugarának legalább 0,609 9579 R -nek kell lennie (fent az arány 0,610 5006); ha pedig azt akarjuk, hogy lemezeink középpontjai szabályos ötszöget adjanak, a minimális sugár $(\sqrt{5} - 1)R/2 = 0,618 034 R$.