a) Feltesszük, hogy az (1) alatti számok – jelöljük őket E-vel és M-mel – léteznek, tehát

$$ab \neq 1, \qquad bc \neq 1.$$

Ekkor a követelmény a keresett H harmadik számra:

$$E + M + H = EMH.$$

Innen

$$H = \frac{E+M}{EM-1}, \tag{2}$$

ill. behelyettesítéssel

$$H = \frac{\dfrac{a+b}{1-ab} + \dfrac{b+c}{bc-1}}{\dfrac{(a+b)(b+c)}{(1-ab)(bc-1)} - 1} = \frac{(a+b)(bc-1)+(b+c)(1-ab)}{(a+b)(b+c)-(1-ab)(bc-1)} = \frac{c-a+b^2(c-a)}{1+ac+b^2+ab^2c} = \frac{(c-a)(1+b^2)}{(1+ac)(1+b^2)},$$

amiből egyszerűsítéssel

$$H = \frac{c-a}{1+ac}, \tag{3}$$

hiszen $1+b^2 \geq 1$, tehát 0-tól különböző szám. Így H létezik és megfelel a követelménynek, hacsak $ac \neq -1$.

b) E és H nevezőjét egyaránt úgy kapjuk, hogy 1-ből kivonjuk a számláló két tagjának szorzatát, és ugyanez áll a második tagra is az

$$M = \frac{(-b)+(-c)}{1-(-b)(-c)}$$

alakítás szerint. Mondhatjuk: számaink rendre egyenlők az x, y változók

$$\frac{x+y}{1-xy}$$

függvényének az

$$x = a, \quad y = b; \qquad x = -b, \quad y = -c; \qquad x = c, \quad y = -a$$

esetben felvett értékével.

(2) szerint H ugyanennek a függvénynek az $x = -E$, $y = -M$ helyen felvett értékével egyenlő.