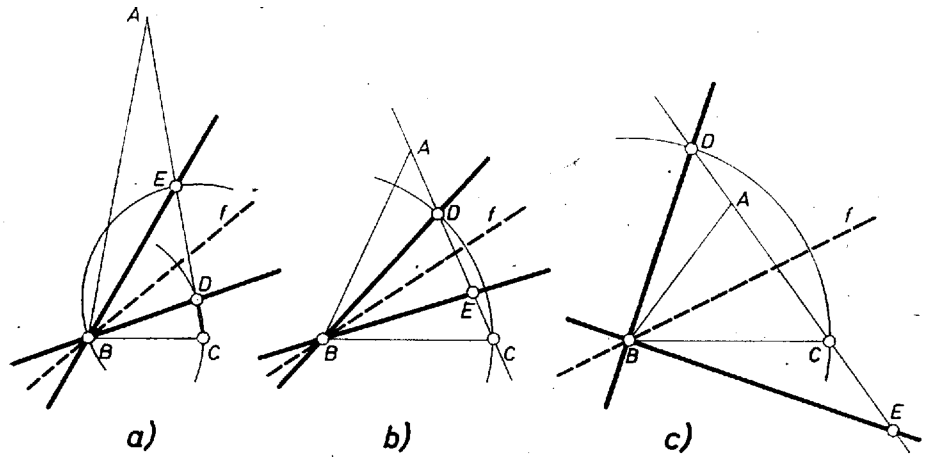
Tetszés szerinti egyenlő szárú ABC háromszögből ($AB = AC$) kiindulva származtassuk a D pontot a feladat előírása szerint, E pedig jelölje az AC egyenes metszéspontját a BD egyenesnek az ABC szög szögfelező egyenesére, f-re vett tükörképével, amennyiben létrejön a metszéspont.



1.a) – 1.c) ábra

Megmutatjuk, hogy ekkor az EAB háromszög egyenlő szárú. Ez tartalmazza a feladat állítását.

A D pont a CA félegyenesen van, mivel az ACB szög hegyesszög, és szerkesztés szerint a BCD háromszög egyenlő szárú, továbbá C-nél levő szöge közös az ABC háromszögével, így AB-t ugyanakkora és ugyanolyan irányú forgás viszi át AC-be, mint BC-t BD-be. Másrészt a BC egyenes tükörképe f-re a BA egyenes, BD-é pedig a szerkesztés szerint a BE egyenes. BA-t tehát egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú forgással vihetjük át BE-be, mint BC-t BD-be s ugyancsak mint AB-t AC-be. Ez azonban azt jelenti, hogy az AC és BE egyenesek az AB-szakasszal, annak ugyanazon oldalán egyenlő szöget zárnak be, s így az ABE háromszög egyenlő szárú.

Ezzel a feladat állítását – sőt annál többet is – bebizonyítottuk, kérdés azonban, mond-e valamit a feladat állítása, van-e olyan háromszög, amelyben E kimetszhető az AC egyenesből a D körüli BC ($= BD$) sugarú körrel is. Ez esetben a BDE háromszögben $BD = DE$, ami akkor és csak akkor teljesül, ha

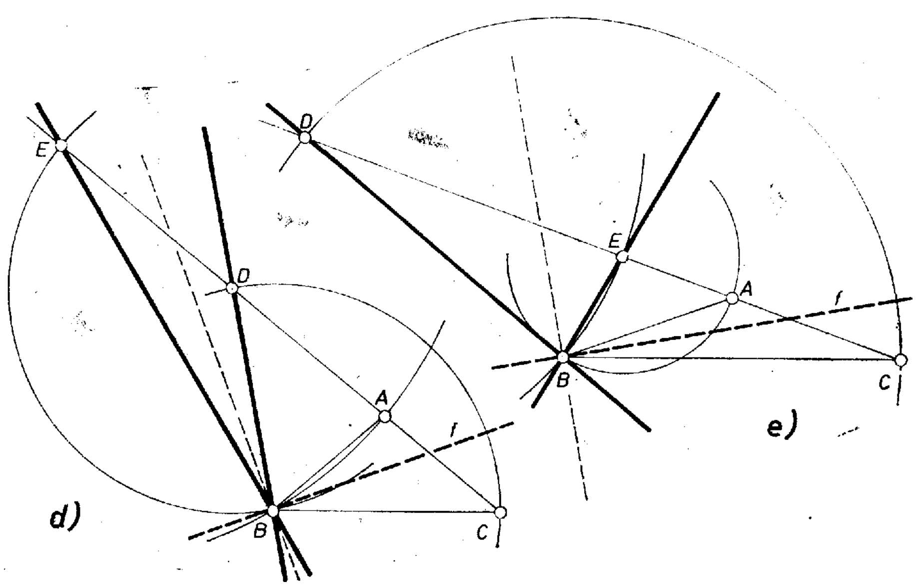
$$DBE\sphericalangle = DEB\sphericalangle. \tag{1}$$

Bevezetve a $BAC\sphericalangle = \alpha$ jelölést az ábra a) része esetében $BED\sphericalangle = 2\alpha$, így az (1) feltétel akkor és csak akkor teljesül, ha

$$ABC\sphericalangle = 2\alpha + EBD\sphericalangle = 4\alpha = ACB\sphericalangle,$$

s így

$$9\alpha = 180^\circ, \qquad \alpha = 20^\circ.$$



1.d) – 1.e) ábra

Hasonlóan elvégezve a számítást az ábra többi részénél a b) és c) esetben $\alpha = 60^\circ$ adódik (ekkor D egybeesik A-val, E pedig C-vel), a d) esetben $\alpha = 100^\circ$, az e) esetben pedig $\alpha = 140^\circ$. Így 4 olyan háromszög-alak van, amelynél a feladat feltételei teljesülnek.