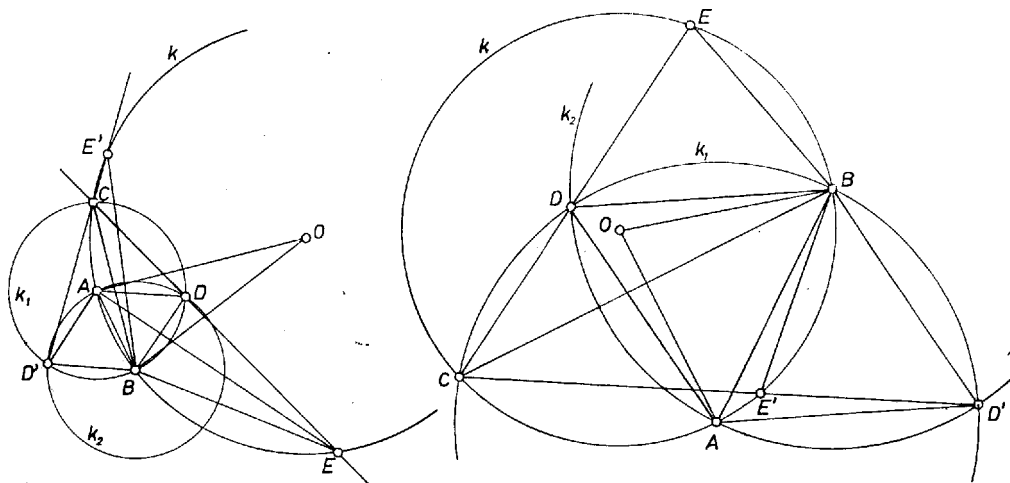


D szerepére k_1 -nek és k_2 -nek 2 közös pontja jön szóba, legyen D az AB egyenesnek azon a partján, amelyen k -nak O középpontja van, és ennek tükörképe AB -re D' , továbbá CD' és k második közös pontja E' .

Az ABD és ABD' háromszögek szerkesztésüknél fogva egyenlő oldalúak, ezért $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BAD' = 60^\circ$, és $\sphericalangle BCD = \sphericalangle BCD' = 30^\circ$ vagy 150° , mint k_1 -beli kerületi szögek a BD , ill. BD' íven. A BCE és BCE' szög azonos ezzel, ill. a kiegészítő szögével – ha ti. a DE , ill. $D'E'$ szakasz belső pontként tartalmazza C -t (DC , $D'C$ a k érintőjévé válik, ha $\sphericalangle AOB = 150^\circ$, ill. ha 30°), s mivel C a k -n is rajta van, azért k -nak BE , BE' húrja O -ból mindenestre 60° szögben látszik: $BE = BE' = BO = AO$. Így pedig a BAO háromszög, B körül 60° -kal mindkét irányban elfordítva, lefedi a BDE , ill. $BD'E'$ háromszöget, tehát $DE = AO = D'E$ minden olyan esetben, ha E , ill. E' egyértelműen létrejött, vagyis C a D -től és D' -től különböző pont.

Csak akkor nem teljesül ez, ha $\sphericalangle AOB = 120^\circ$, és ezért C egybeesik D -vel, ekkor csak $D'E'$ -re érvényes az állítás. Amennyiben azonban CD egyenesként – ami általában k_1 húrja – ebben az esetben elfogadjuk k_1 -nek C -beli érintőjét. úgy az állítás ebben az esetben is érvényes.



Hasonlóan értelmezve a BC egyenest arra az esetre, ha C egybeesik B -vel, vagyis, ha B az A -nak átellenes pontja, bizonyításunk erre az esetre is érvényes marad, a kerületi szögek egyik szára érintővé válik. Ekkor az AOB háromszög egyenesszakasszá fajul el.

Miseta Rozália (Makó, József A. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzések. 1. A fenti forgatás helyett befejezhetjük a bizonyítást így is: BE -t, BE' -t A -tól 30° vagy 150° szögben látjuk, ezért AE felezi a BAD szöget, AE' pedig BAD' -t; másrészt EA , $E'A$ a CEB , ill. $CE'B$ szöget felezi; végül $AD = AB = AD'$ alapján D , a B pont tükörképe AE -re és D' a B -é AE' -re, ezért $DE = BE = OA$, $D'E' = BE' = OA$.

Horváth András (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)

2. Egy más megoldása olvasható a fenti gyakorlatnak ezen szám 196. oldalán.